R

Mathem

Math. P. 224

Mathesis applicata 206.

Christoph Friedrich Hoffs vollständiges Rechenbuch für angehende Kaufleute und Oekonomen.

Völlig umgearbeitet und für alle Stände brauchbar gemacht

von

Christian Friedrich Behrens

Königl. Bancobuchhalter zu Magdeburg.

Erster Theil.

Magdeburg 1790.

Bei Johann Adam Creutz.

R

Bayer. Staats-Bibliothek München

Vorrede.

Dieses Rechenbuch hat sein Daseyn blos dem Ohngefähr zu danken, wenn es ein Ohngefähr in unsrer Welt gibt. Die trockne Rechnungwissenschaft ist schon so oft von Meistern und Stümpern entweder bearbeitet oder verpfuscht, daß ein Mann, der nur daran Vergnügen findet, sie immer mehr zu studiren, ohne besondere Veranlassungen, nicht leicht auf den Gedanken fallen kann, ein vollständiges Rechenbuch herauszugeben und sich, während er spekulativisch zu rechnen gewöhnt ist, bis zu den unwissendsten Anfängern hinunter zu stimmen.

Gewöhnlich waren Mathematiker oder sogenannte Rechenmeister (wovon die geschicktesten mehrentheils die Handlung gelernt hatten) die Verfasser guter Rechenbücher. Jene wurden durch ihre künstliche Demonstrationen und Beweise für mittelmäßige Köpfe zuweilen unverständlich: Diese demonstrirten zum Theil gar nicht, oder unangenehm, und ihre Rechenbücher waren größtentheils Abdrücke der Hefte, deren sie sich beim Unterrichte ihrer Schüler bedienten. Und dieses ist vielleicht mit Ursach, warum so viel Rechenbücher vorhanden sind und noch kommen werden. Hat so ein Mann einiges Glück im Unterrichte, so fühlt er dadurch einiges Lob und so viel Zu-

trauen zu sich, daß er sich für den einzigen in seiner Art hält. Eine kleine Ermunterung, ein Rechenbuch zu schreiben, (das heist, seine Hefte abdrucken zu lassen, ist ihm ein Wink, die Bahn der Ehre und des Ruhms anzutreten und das leichteste Mittel, mit einemmal eine bessere klingende Belohnung zu erhalten, als mehr monatlicher Unterricht gewährt.

Keine dieser Ursachen hat die Entstehung dieses Rechenbuchs bewirkt. Welchen Ruhm kann der Verfasser in einem Buche suchen, dessen Gegenstand fast noch immer von jedermann (Mathematiker und Kaufleute ausgenommen) wenig geschätzt wird? und der Herr Verleger mag bekunden, daß nicht Eigennuß die Triebfeder dieses Unternehmens war.

Das Hoffsche Rechenbuch war vergriffen. Der Herr Verleger konnte, da es noch immer verlangt wurde, eine neue Auflage veranstalten; aber er wünschte nothwendige Abänderungen und Verbesserungen. Der Herr Verfasser deklinirte diesen Antrag, und nun übertrug mir der Herr Verleger diese Arbeit, die aber in eine gänzliche Umschaffung des Hoffschen Rechenbuchs umgeändert, das gegenwärtige ihm substituirt und von jenem auch nicht einmal Skelet geblieben ist.

Das Vertrauen des Herrn Verlegers zu mir, welches sich auf eine seit langen Jahren geknüpfte und unerschütterliche Freundschaft unter uns gründet, war die Ursach dieses Antrags.

Das Rechnungfach war von je her meine Lieblingsbeschäftigung und also wurde mir diese Arbeit zum Vergnügen und zwar um so mehr, weil ich einen Mann fand, dem ich meinen Plan communiciren, meine Manuscripte, denen er seinen Beifall gab, mittheilen und ihm zum Theil die Ausrechnung der Exempel

pel übertragen konnte, da ich die Zeit, die ich auf Anfertigung dieses Rechenbuchs verwendete, ergeizen mußte. Dieser Mann ist der Herr Bankosecretair Damme. Die Zeit, welche seine Bedienung ihm übrig läßt, verwendet er auf den Unterricht in der Rechnung-Wissenschaft und es ist meine Pflicht, seinen Antheil an diesem Rechenbuche, den ich ohne Partheilichkeit gesagt habe, nicht zu verschweigen, so wie jeder Sachverständige ihm das Zeugniß eines geschickten Rechners nicht versagen wird.

Der Mann vom Metier wird allein entscheiden können, ob dieses Rechenbuch zu denen gehört, die der Empfehlung und Bekanntmachung werth sind und denn äussert der Verfasser freilich den Wunsch des Beifalls.

Doch verstehe ich unter dem Mann von Metier einen unbefangenen Prüfer und Entscheider, dessen Urtheil sich auf Sachkenntnis und Bescheidenheit gründet, dem die Anfangsgründe nicht zu unwichtig, die Erklärung der Behandlungarten nicht unnöthig und die Beweise nicht überflüssig scheinen.

Blos practische Anweisungen werden nie ein vollständiges Rechenbuch geben und Exempel ohne Erklärungen sind nicht einmal hinreichend, Personen, deren seltenes Nebengeschäft das Rechnen ist, die Behandlungarten wieder bekannt zu machen, die ihrem Gedächtniß nach Jahren wieder entflohen sind.

Der muß ein Originalgenie seyn, der ohne Anweisung ein Gebäude von selbst aufführen soll, wenn man ihm weiter nichts giebt, als die Baumaterialien und nun von ihm das Gebäude dergestalt verlangt.

Und nun zum Buche selbst. Die Absicht war, es gemeinnützig zu machen und wenigstens den ersten

Theil für alle Stände zu schreiben, um denjenigen, welche sich dem Unterrichte in der Rechnungwissenschaft in öffentlichen Schulen oft wider Willen und mit Verdruß, unterziehen müssen, ein Handbuch zu geben, worauf sie ihre Lehrmethode gründen und sich selbst den nöthigen Begriff von demjenigen verschaffen können, was sie lehren sollen.

Es sollte ferner dazu dienen, vergessene Behandlungarten und Regeln dem Gedächtnis zurückzuführen und zugleich eine Anleitung zu geben, wornach junge Rechner bei dürftigen Vorkenntnissen sich deutlichere Begriffe von der practischen Rechnungwissenschaft erwerben können.

Es sind daher nicht allein allgemeine Vorschriften und Behandlungarten, sondern auch besondere Vortheile gezeigt, diese besondern aber auch nicht bis zur ängstlichen Kleinigkeit ausgedehnt.

Von den Proben ist wenig berührt, weil man im gemeinen Leben von der Richtigkeit der Aufgaben sich selten durch Proben zu überzeugen sucht; sondern die Aufgaben gewöhnlich noch einmal nachrechnet.

Bisher ist es nicht üblich gewesen, sofort nach den 4 Species in unbenannten ganzen Zahlen eine Resolution und Reduction der benannten Zahlen zu lehren. Der Nutzen davon scheint mir erheblich, weil der Lehrling eine nicht unbedeutende Vorkenntniß zu desto leichterm Begriff der 4 Species in benannten ganzen Zahlen erhält.

Die Rechtfertigung wird man mir hoffentlich ersparen, daß ich unbenannte ganze Zahlen von benannten ganzen und diese von den Brüchen getrennt habe. Die Hauptursach liegt darin, daß man den Schüler stufenweise zu Erlernung der Wissenschaften

führen

führen muß und nicht alle Genies einander gleich sind.

Eben so wenig glaube ich einen Vorwurf zu verdienen, daß ich die Exempel mit ihrer vollständigen Ausarbeitung habe abdrucken lassen, ausgenommen einige wenige in der Multiplication und Division in unbenannten ganzen Zahlen und ersten Hauptpunkts zweeten Unterschiedes der Regel de Tri in ganzen Zahlen. Meine Gründe dafür waren, durch Mehrheit der Aufgaben und ihre Auseinandersetzung desto deutlicher zu seyn.

Nur selten kommen fremde Münz-Sorten, Gewichte und Maaße vor, sondern mehrentheils die in unserm lieben deutschen Vaterlande übliche und bekannte. Die Verhältnisse der gebrauchten fremden sind besonders angezeigt.

Auch dieser unterlassenen Pracht wegen hoffe ich keine Mißdeutung. Meine Arbeit wäre ja nur um ein gar unbeträchtliches erschwert, da mir diese Artikel gröstentheils bekannt sind und die unbekannten, durch Krusens Kontoristen oder Nelkenbrechers Taschenbuch durch G vermehrt und verbessert, leicht gefunden werden. Aber ich wollte mich nicht preciös machen, zumal da die Anwendung dieser ausländischen nur allein den Kaufmann interressirenden Dinge mit dem Zweck dieses Buchs nicht völlig harmonirte.

Im andern Theil dieses Rechenbuchs ist jedoch die Anwendung aller fremden Münzsorten, Maaßen Gewichten und zählenden Sachen durchaus nothwendig und ihrer wird darin vollständig gedacht werden.

Verschiedene Exempel sind entlehnt; darauf kann wohl nichts ankommen, weil ich viele, die in Rechenbüchern neuerer Zeiten aufgestellt sind, schon vor 22 Jahren gerechnet habe.

Von

Von der Kettenregel habe ich nichts angeführt; sie gehört zum zweeten Theil dieses Buchs. Zwar hat Herr Schmidt behauptet, daß man der Regel de Tri entbehren könnte, wenn man ihr die Kettenregel substituirte So viel Achtung ich übrigens für die Kenntnisse dieses Mannes habe; so kann ich doch aus der Ursach seiner Meinung nicht seyn, weil die Aufgaben, die ich im 9ten Unterschiede des ersten Hauptpunkts und im 4ten Unterschiede des dritten Hauptpunkts angeführt habe, durch die Kettenregel in mehreren Sätzen und mit mehr Schwierigkeiten aufgelöset werden müssen, als durch die Regel de Tri.

Der Druck dieses Buchs ist so ökonomisch als möglich eingerichtet, um durch viele Bogenzahl den Preiß nicht zu erhöhen. Einige eingeschlichene Druckfehler sind bemerkt, andere, die den Sinn des Ausdrucks nicht verändern, werden um so billiger beurtheilt werden müssen, als ich während des Drucks immerfort am Manuscript arbeitete und auf die genaue Korrektur die Zeit nicht verwenden konnte, die ich dazu mir wünschte.

Mit Ruhe erwarte ich eine Recension, die sich auf Sachkenntniß und Unpartheilichkeit gründet. Pasquillantische verdienen Verachtung.

Magdeburg im May 1790.

Inn-

Innhalt des ersten Theils.

Numeratio : : : : :	Seite 1
Additio in unbenannten ganzen Zahlen : :	5
Subtractio : : : : : :	8
Multiplicatio : : : : : :	11
Divisio : : : : : : :	25
Proben der vier Species : : : :	38
Vortheile der vier Species	
1) Bei der Multiplication : : :	40
2) : : Division : : : :	49
Von benannten ganzen Zahlen : : :	53
1) Resolutio : : : : :	54
2) Reductio : : : : :	55
Additio in benannten ganzen Zahlen : :	57
Subtractio : : : : : :	61
Multiplicatio : : : : : :	63
Divisio : : : : : : :	66
Vom Verhältniß oder Proportion : : :	68
Regel de Tri	
Erster Hauptpunkt : : : : :	73
1ter Unterschied : : : : :	74
2ter : : : : : :	75
3ter : : : : : :	83
4ter : : : : : :	87
5ter : : : : : :	90
6ter : : : : : :	92
7ter : : : : : :	93
8ter : : : : : :	98
9ter : : : : : :	101
Zweeter Hauptpunkt : : : :	112
1ter Unterschied : : : :	112
2ter : : : : : :	115
3ter : : : : : :	116
4ter : : : : : :	118
5ter : : : : : :	119

Seite

Dritter Hauptpunkt : : : : 121
1ter Unterschied : : : : 121
2ter : : : : : : 122
3ter : : : : : : 125
4ter : : : : : : 128
Anhang zur Regel de Tri und Kennzeichen, wie eine Zahl sich verkleinern läßt : : 136
Einleitung zur Bruchrechnung : : : 141
Behandlung der Brüche : : : : 144
Proportion der Brüche : : : : 147
Resolution der Brüche : : : : 153
Reduction der Brüche : : : : 156
Gebrochene Brüche oder Brüche aus Brüchen : 160
Addition in Brüchen : : : : 163
Subtraction in Brüchen : : : : 171
Multiplication in Brüchen : : : : 175
Division in Brüchen : : : : : 189
Von den Decimalbrüchen : : : : 200
Addition der Decimalbrüche : : : 205
Subtraction der Decimalbrüche : : : 206
Multiplication der Decimalbrüche : : : 206
Division der Decimalbrüche : : : : 209
Regel de Tri in Brüchen : : : : 212
1ter Unterschied : : : : 214
2ter : : : : : : 224
3ter : : : : : : 230
4ter : : : : : : 234
5ter : : : : : : 239
6ter : : : : : : 243
7ter : : : : : : 246
Von den Proben der Regel de Tri : : : 252
Regel de Tri inversa : : : : : 254
Regel Quinque : : : : : 264
Regel Quinque inversa : : : : 274
Von den Proben in der Regel Quinque : : 283
Etwas von der Interesse-Rechnung : : : 285

Verzeichniß

der in den kaufmännischen Rechnungen gewöhnlichen Abkürzungen.

Alb. Rℓ	heist	Alberts-Thaler
Bc° B°	„	Banco
Brb.	„	Braband
Bt°	„	Brutto
Ball.	„	Ballen
Bch	„	Buch
Bg	„	Bogen
Cca	„	Circa
Court	„	Courant
C	„	Centner
Cop.	„	Copeken
Diff.	„	Differenz
Duc. #	„	Ducaten
Ell.	„	Ellen
8	„	Ecû
fl	„	Gulden
ℋ	„	Groschen
ggl	„	gute Groschen
Ggw.	„	gut Gewicht
Gr.	„	Grån
dvls	„	Groot vlåmisch
Hbl.	„	Hamburger
Holl.	„	Hollåndisch
Kar.	„	Karat
K.	„	Kayser
Kgl.	„	Kaysergroschen
✕ Rℓ	„	Kreutzthaler
KMz	„	Kupfermünze
L℔	„	Liespfund

Lo.	heist	Loth
Lbl.	:	Louisblanc
LRt.	:	Louisd'or
Lübl.	.	Lübisch
L.	:	Livre oder Pfund
Lvls	:	Pfund vlämisch
Lbco	:	Pfund Banco
Lstrl.	:	Pfund Sterling
℔	:	Pfund im Gewicht
Mt	:	Monat
mk	:	Mark
Mgl	:	Mariengroschen
Nto	:	Netto
N $\frac{2}{3}$	:	Neue Zweidrittelstück
₰	:	Pfennig
p.	:	per
Cto od. pC.	:	proCento (für Hundert
pAo.	:	proAnno
Pol.	:	Polnisch
Qtl.	:	Quentlein
RRt.	:	Reichsthaler
Rstck	:	Rundstück
S℔	:	Schiffpfund
Sc.	:	Scudo
Sp.	:	Species
Str.	:	Stüber
Sterl.	:	Sterling
ß.	:	Schilling
ßo.	:	Schock
S.	:	Sous
St.	:	Stein
Spco	:	Sporco
Ta	:	Thara
Tourn	:	Tournois

+ Zeichen der Addition

÷ : : Subtraction oder minus

× Zeichen der Multiplication oder plus
: " " Division
† " wodurch der Quotient vom Dividendus getrennt wird.
= " der Gleichheit oder äqual
* " in der Regel de Tri, daß der Theil aus der ersten Summe genommen ist
+ " daß ein Theil nicht aus dem ihm zunächst vorstehenden genommen ist
Yards ist ein Ellenmaaß in England
Varas " " " " " Spanien
Pajack " " Getreidemaaß in Rußland.

Von verschiedenen in diesem Theil vorkommenden Zahlverhältnissen.

In Münze

Deutsche Währung

1 Spec. Rthlr hat 2 fl
" 1 fl 16 Gr
1 Gr 12 ₰

1 Rthlr hat 24 Gr
1 Gr 12 ₰

1 Rthlr hat 36 Mgr
1 Mgr 8 ₰

Hamburger Währung

1 Rthlr hat 3 mk
1 mk 16 ß
1 ß 12 ₰

Holländische Währung

1 Lvls hat 6 fl
1 fl 20 Str.
1 Str. 12 ₰

1 Rthlr hat 2½ fl

Englische Währung

1 Lstrl hat 20 ßsterl
1 ßsterl 12 ₰sterl

Französische Währung
1 ₰ hat 3 Lv.
1 Lv. 20 S.
1 S. 12 ₰
Schwedische Währung
1 Rthlr. Spec. hat 48 ß
1 ß 12 Rstück
Rußische Währung
1 Rubel hat 10 Griven
1 Grive 10 Cop.
Spanische Währung
1 Real de Planta hat 16 Quartos
1 Quartos 20 Diner.
Wiener Währung
1 Rthlr. hat $1\frac{1}{2}$ fl
1 fl 60 X
1 X 4 ₰
Venetianische Währung
1 Lire hat 20 Soldi
1 Soldi hat 12 Denari
Im Gewicht
1 S℔ hat 20 L℔
1 L℔ hat 20 ℔
1 Ctr. hat 120 ℔
1 Stein hat 22 ℔
1 ℔ 32 Loth
1 Lº 4 Qtl.
1 Pude in Rußland hat 40 ℔
In zählenden Sachen
1 Schock hat 60 Stück
1 Stiege hat 20 Stück
1 Mdl. hat 15 Stück
1 Grostausend hat 10 Groshundert,
1 Groshundert hat 120 Stück
1 Zimmer hat 4 Decher
1 Decher hat 10 Stück
1 Groß hat 12 Dutzend
1 Dutzend hat 12 Stück.

Ein=

Einleitung.

Mit Unrecht wird die Wissenschaft in Rechnen, Rechenkunst benennet, denn es findet weiter keine mechanische Behandlung dabei statt, als das Aufzeichnen der Figuren, die zu dieser Wissenschaft gewählt sind und alle übrige Verrichtungen hierbey können blos durch Seelenkräfte hervorgebracht werden.

Man schreibt die Erfindung der Zahlen den Arabern zu. Weil diese von der rechten zur linken Hand lesen, so hat auch die Ziffer einer Zahl am äusersten Ende rechter Hand die kleinste Bedeutung, oder drückt vielmehr den geringsten Werth (als Einheiten) aus.

Unsere deutsche Ziffern sollen ursprünglich aus Indien stammen. Im 10ten Jahrhundert sollen sie von den Indianern zu den Saracenen in Spanien gebracht seyn, bis Robert Bacon sie im 13ten Jahrhundert in mehreren europäischen Staaten und auch in Deutschland bekannt gemacht hat.

Da

Damals aber hatte man keine 4. sondern man bezeichnete sie durch den Obertheil einer 8 mit zween kleinen Strichen, als ob man den Untertheil der 8 anfangen wolle, woraus sich die Figur 8 bildete, daß also z. B. 1471. geschrieben wurde 1871.

Durch Erlernung der Rechnung=Wissenschaft erhalten wir deutliche Begriffe von Zahlen, ihren Eigenschaften, ihrer Vermehrung oder Verminderung, ihrer Behandlung oder Verhältniß unbekannter Größen gegen schon bekannte.

So wie nun beim lehren jeder Wissenschaft gewisse Grundsätze vestgesetzt werden müssen; so ist es bei der Rechnung=Wissenschaft nothwendig, mehrere Zahlen in Verbindung aussprechen zu können, welches Numeriren heißt, und sich einen hinlänglichen Begriff von den 4 Species zu machen, die zu jeder Ausrechnung, wo nicht allemal alle zugleich, doch eine oder mehrere derselben unumgänglich nothwendig sind, diese heissen:

Additio

Subtractio

Multiplicatio

Divisio

und ist deren vollkommenste Erlernung aufs dringendste zu empfehlen.

Num=

Numeratio

in unbenannten ganzen Zahlen

Lehret wie man Zahlen aussprechen soll. Man bedienet sich hierzu folgender zehen Zahl-Figuren, als:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	0.
Eins.	Zwey.	Drey.	Viere.	Fünfe.	Sechse.	Sieben.	Achte.	Neune.	Null.

Die Nulle, welche nur zu Ausfüllung leerer Stellen dient, hat sonst keinen eigentlichen Werth, es sey denn, daß ihr zur Linken eine der ersten neun Zahlen (die man bedeutliche Ziffern nennt) vorgesetzt ist, und in diesem Fall vergrößert sie deren Werth zehnfach, daß also

10.	20.	30.	40.	50.	60.	70.	80.	90.
Zehen,	Zwanzig,	Dreyßig,	Vierzig,	Funfzig,	Sechszig,	Siebenzig,	Achtzig,	Neunzig

ausgesprochen werden.

Stehet bey diesen doppelten Ziffern, statt der Nulle, eine bedeutliche Zahl, so wird diese einfach nach ihrer gewöhnlichen Benennung in Verbindung der erstern, nach dem Werth, den man Zehener nennt, ausgesprochen, daß also z. B.

44.	59.	78.
Vier und Vierzig,	Neun und Funfzig,	Acht und Siebenzig

ausgesprochen werden.

Anmerkung. Zwar in anderen Sprachen werden die Zehener vor den Einheiten genannt. In der deutschen Sprache aber hat die angeführte Benennung das Bürgerrecht erhalten. Nur noch in einigen wenigen kaufmännischen Aufsätzen und Wechselbriefen findet man noch, daß z. B. statt Drey nnd Vierzig — Vierzig und Drey geschrieben wird. Es sind aber solche, deren barbarischer Styl noch den Stempel der Vorzeit trägt.

Bey drey Ziffern erhält die dritte Zahl zur linken Hand die Benennung Hundert. z. B.

434.

Vier hundert vier und dreyßig.

also bedeutet die erste Zahl

Viere, rechter Hand, Einheiten.

Die neben ihr stehende Drey, den Zehener.

Die darauf folgende Viere, die Hunderte.

So verhält es sich ferner mit mehreren neben einander stehenden Ziffern. z. B.

Die vierte Zahl heißt Tausend.

Die siebente Zahl heißt Millionen.

Die dreyzehente Zahl heißt Billionen.

Die neunzehente Zahl heißt Trillionen.

Die fünf und zwanzigste Zahl heißt Quatrillionen.

Höhere Benennungen wären überflüßig, sie kommen nie vor.

Man theile, da nun zu Aussprechung mehrerer Zahlen geschritten wird, die auszusprechende Summe folgender Gestalt ein, um einer jeden Ziffer ihren gehörigen Werth zu geben.

Hierzu ist die Eintheilnug nach Klassen die bequemste. Einer jeden Klasse gebe man drey Zahlen, und zwar von der rech-

rechten zur linken Hand; diese drey Zahlen stelle man sich allemal als Einheiten, Zehener und Hunderte vor, bemerke diese Abtheilung durch einen kleinen Strich, einem (,) Komma ähnlich, denke sich in diesem Strich, das Wort Tausend; zähle wieder drey Zahlen ab, und bemerke sie oben ebenfalls mit einem Strich, einem Apostroph (') ähnlich, und denke sich darunter Millionen; wieder drey Zahlen durch ein Komma abgetheilt, die darauf folgende durch (") bemerkt, und so fort, daß nach fernern sechs Zahlen (''') Trillionen, und nach fernern ('''') Quatrillionen sich gedacht werden. z. B.

'''' ''' " '

83409,761052,700080,006243,978.

Da nun aus den angemerkten Benennungen durch das (,) allemal Tausend, durch die andern Bezeichnungen aber die höhern Begriffe sich gedacht werden; so folgt die Aussprechung dieser Summe.

Drey und Achtzig Quatrillionen, Vier Hundert Neun Tausend Sieben Hundert Ein und Sechzig Trillionen, Zwey und Funfzig Tausend Sieben hundert Billionen, Achtzig Taus nd und Sechs Millionen, Zwey mal Hundert Drey und Vierzig Tausend, Neun Hundert und Acht und Siebenzig.

Das übrige wird man aus der folgenden Aussprechungstabelle deutlich wahrnehmen.

Anmerkung. In der Hoffschen Anweisung sind, statt Strichelchen, Punkte gewählt. Es würde das nehmliche als die jetzige Anweisung seyn, wenn die Punkte, wo man sich Quatrillionen, Trillionen, Billionen und Millionen denkt, oberwärts der Zahlen gesetzt wären, wodurch den Lernenden der Begrif und die Ursachen dieser Behandlungsart deutlicher werden.

Ausspechungstabelle.

Trillionen.	Hundert Tausend.	Zehen Tausend.	Tausend.	Hundert.	Zehen.	Billionen.	Hundert Tausend.	Zehen Tausend.	Tausend.	Hundert.	Zehen.	Millionen.	Hundert Tausend.	Zehen Tausend.	Tausend.	Hundert.	Zehen.	Eins.
																		1
																	1	2
																1	4	6
															1	4	0	3
														1	5	3	6	0
													1	0	7	4	3	8
												1	5	3	0	8	2	7
											1	4	3	9	7	0	8	2
										1	0	7	4	6	3	9	8	3
									1	3	9	0	2	7	6	3	4	5
								1	6	3	7	9	0	8	2	7	4	2
							1	2	3	4	3	7	9	0	6	8	7	4
						1	3	9	8	7	4	2	5	6	0	4	3	9
					1	0	8	2	7	4	6	3	9	2	7	0	4	6
				1	3	9	0	8	7	0	4	0	3	7	0	9	0	2
			1	6	3	8	5	0	6	3	0	7	4	0	6	3	7	0
		1	0	5	3	0	7	4	0	6	7	0	0	8	2	7	6	3
	1	3	9	0	8	2	7	9	3	0	0	2	6	4	9	3	8	2
1	3	0	7	2	6	3	7	4	6	3	0	2	3	0	6	4	6	7

Der römischen Zahlfiguren giebt es nur Sieben: man kann sich ihrer aber zum Rechnen nicht bedienen, sondern nur um etwas zu bemerken oder zu bezeichnen. Ihre Kenntniß aber ist doch nöthig, weil sie bey vielen Gelegenheiten vorkommen, und sich von den alten Römern bis auf unsere Zeiten fortgepflanzt haben.

Folgende Buchstaben heissen:

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
Eins,	Fünfe,	Zehen,	Funfzig,	Hundert,	Fünfhundert,	Tausend.

Wenn ein geringerer Zahlbuchstabe, vor einem größern steht; so gehet von dem größern so viel ab, als der geringere bedeutet, als:

IV.	IX.	XL.	VC.	CD.	CCM.
Viere,	Neune,	Vierzig,	Fünf und Neunzig,	Vierhundert,	Achthundert.

Wenn aber einem größern Zahlbuchstaben ein geringerer nachstehet, so werden selbige zusammengezählt, ausgesprochen, als:

VI.	VII.	LXI.	CXL.	DC.
Sechs,	Sieben,	Ein und Sechzig,	Hundert und Vierzig,	Sechshundert.

MD.	MDCCXC.
Tausend Fünfhundert,	Tausend Siebenhundert und Neunzig.

Additio.

Addiren heißt mehrere angegebene Größen durch Zusammenzählen in eine Hauptsumme bringen, dergestalt, daß man diejenige Summe findet, die denen gegebenen verschiedenen Größen zusammen genommen am Werth gleich ist.

Diejenigen Zahlen, welche zusammengezählt werden, nennt man die Summirenden. Diejenigen, so aus solcher Zusammenzählung (Aufzählung) entstehen, die Summe.

Nur solche Posten können addiret werden, die mit einander gleichen Werth und Namen haben. So kann ich z. B. nicht Mark und Thaler zusammen zählen, weil jene nicht so viel Werth als diese haben, sondern nur Thaler zu Thalern, Wispel zu Wispeln, Centner zu Centnern u. s. w.

Sind geringhaltigere Münzen, Gewichte u. dgl. m. zu summiren, woraus größere ihrer Arten entstehen, so gehört

dieses

dieses zur Addition in benannten Zahlen, und wird davon unter diesem Abschnitte mehr gehandelt.

Man verfährt beym Addiren unbenannter Zahlen, folgendergestalt. Einheiten werden unter Einheiten, Zehener unter Zehener, Hunderte unter Hunderte, u. s. w. gesetzt; nun ziehet man eine Linie darunter, und fängt von der Rechten an, z. B.

	1345
	2431
Summa	3776

Man sage 1 und 5 sind 6, — 3 und 4 sind 7, — 4 und 3 sind 7, — 2 und 1 sind 3, — Indessen trift es sich, zumal wenn mehrere aufgegebene Größen zu addiren sind, Unitäten zugleich Zehener und Einheiten ausmachen, als 7 und 8, die eine Summe von 15 betragen, dann setzt man die 5 unter die Einheiten, die 1 aber gehört zu den Zehenern, und wird zu diesen summirt. Folgendes Beyspiel wird dieses deutlicher erklären.

	3597
	154
	9068
	85
Summa	12904

Aus den Unitäten zählt man 24. Hiervon ist die 4 die Unität und wird unter die Einheiten gesetzt; die 2 ist der Zehener, wird also zu den Zehenern gezählt, daraus ergeben sich 30, wo die 0 als Zehener unter die Zehener, die 3 als Hundert zu den Hunderten gezählt wird, die eine Summe von 9 betragen. Nun summirt man die Tausende, die 12 betragen, und da keine weitere Zahlen zur linken Hand vorhanden sind, so wird die 12 völlig ausgeschrieben, und so verfährt man mit den weitläuftigsten Aufgaben.

Trift

Trift sich der Fall, daß beym Aufzählen der aufgegebenen Ziffern drey Zahlen entstehen, so setzt man nach dem Addiren jeder Reihe die Hinterzahl (so benennt man immer diejenige, welche zur rechten Hand stehet) allein unter die summirte Reihe, und da solchergestalt 2 übrig bleiben, so nimmt man ihren völligen Werth zu der nächstfolgenden Reihe.

Exempel zur Uebung.

4397658439720
8472517493189
2047958749375

Summa 14918134682284

79432856485
23764598730
4750863971
56439742839

Summa 164388062025

5798432897456
9584372956342
7586497564873
1928374659487
9187269435732

Summa 34084947513890

7439652875324
1527345863591
2847396258432
5319427620385
6731924726203
3557384972846

Summa 24723132316781

	74321564985
	35894651234
	53438291456
	65419283543
	28354382914
	16512347589
	43215649853
Summa	317156171574

Subtractio

Lehret, wie man eine kleinere Summe von einer größern abziehen, und dadurch den Unterschied finden soll, um wieviel die Kleinere geringer ist, als die Größere.

Die Summe, von welcher abgezogen werden soll, heißt der Subtrahendus; diejenige, so abgezogen wird, der Subtractor, der hieraus entstehende Unterschied das Residuum, die Differenz oder der Rest.

Auch hier findet die Regel Statt, daß der Subtrahendus mit dem Subtractor von gleicher Eigenschaft in Absicht seines Werths sey, und jede Zahl unter die, die ihrem Werth gleich ist, in Rücksicht der Unitäten, Zehener u. s. f. gesetzt werden müßen, und so die durch das Residuum entstehenden Einheiten, u. s. w. an ihrer Stelle zu stehen kommen.

Die Verfahrungsart ist folgende:

von . .	9872	Subtrahendus.
sollen abgezogen werden .	4751	Subtractor.
	5121	Rest.

Man fängt wieder von der rechten Hand an, und geht fort zur Linken, als 1 von 2 bleibt 1, — 5 von 7 bleiben 2, — 7 von 8 bleibt 1, — 4 von 9 bleibt 5.

Ist

Ist die untere Zahl einfach genommen, und größer als die darüberstehende, so borge man bey der nächsten obern Zahl zur linkeu Hand 1, und bemerke solches durch einen Punkt, vermehre dadurch die Zahl, wovon abgezogen werden soll, um 10, und ziehe nun die größere einfache Zahl davon ab. Hierdurch aber wird die punktirte Zahl um 1 kleiner. Als:

```
 1 2.2.5 7.6.
   9 7 8 4 9
  ----------
   3 4 7 2 7  Rest.
```

9 von 6 kann man nicht abziehen, durch das Borgen zur linken Hand bey der 7. erhält man 10 Einheiten, diese und die 6 sind zusammen 16, nach deren Abzug von 9 noch 7 Rest bleiben — 4 von 6 (denn die 7 hat 1 an ihren Werth verloren) bleiben 2, — 8 von 5 — hier muß wieder geborgt werden, wodurch die 5 um 10 vermehrt wird, und also 15 ausmacht, — also 8 von 15 bleiben 7, — 7 von 1 — (denn die 2 ist nun um 1 geringer geworden) kann ich wieder nicht abziehen, und durch das Borgen bey ihrer Nachbarin zur linken Hand, der 3, — wird sie mittelst Vermehrung von 10, — 11, also 7 von 11 bleiben 4. — Endlich 9 von 2 (die 3 ist um 1 kleiner) muß ich borgen, also durch 10 vermehrt, wird sie zur 12, wovon 9 abgezogen 3 zum Rest bleiben. — Beym Subtrahendus zur linken Hand blieb nun keine Zahl übrig, indem durch das Borgen bey der 1 diese Zahl zur Nulle hätte werden müßen.

Eine Nulle ohne Gesellschaft zur linken Hand von einer der übrigen 9 Zahlen, bedeutet, wie schon erwähnt, nichts, folglich konnte sie zum Rest auch keine Bedeutung angeben.

Oft trift sich der Fall, daß die obere Reihe der Subtractor, die untere aber der Subtrahendus ist, alsdann verfährt man umgekehrt.

Wenn

Wenn im Subtrahendus eine oder mehrere Nullen vorkommen, denen zur Linken noch eine bedeutende Zahl steht, so wird von dieser 1 geborgt, und diese wird nun so viel geringer, man muß aber dahingegen die Nullen, über die man weggeborgt hat, als 9 behandlen. Denn, wenn ich eine Zahl borge, so erhalte ich dadurch Zehen, wenn von 10 — 1 abgezogen wird, so bleiben 9, worin sich also die Nulle verwandelt. z. E.

```
1300407
 985639
-------
 314768 Rest.
```

Zu Folge der vorstehenden Anweisung sagt man, 9 von 7 kann ich nicht abziehen, und da von der 0 nicht geborgt werden kann, so muß von der 4 — 1 genommen werden, (dadurch gilt nun die 4 nur noch 3, und aus der 0 wird eine 9) folglich 9 von 17 bleibt 8, ferner 3 von 9 bleibt 6, — weiter 6 von 3 geht wieder nicht, (hier muß ich über 2 Nullen borgen, welche beyde nun als Neunen, die 3 aber für eine 2 gilt) also 6 von 13 bleibt 7, — 5 von 9 bleibt 4, — 8 von 9 noch 1, — und 9 von 12 noch 3.

Aufgaben zur Uebung.

```
      579643147984
      352131023653
      ------------
Rest   22752124331

      9 8.7.5 3 9.4.2 7.8.4.3
      2 5 9 7 1 4 8 7 3 9 7 4
      -----------------------
Rest  7 2 7 8 2 4 5 5 3 8 6 9

      4.7.9.0.0.5 3.1.4.2 7 8 5 9
      1 8 5 7 4 8 2 5 9 4 6 0 5 7
      ---------------------------
Rest  2 9 3 2 5 7 0 5 4 8 1 8 0 2
```

	3005007008005.00
	1749569479127 53
Rest	1255437528877 47
	7040509060105.0
	4070508070907
Rest	6633458253014 3

Man kann aber auch in der Subtraction, wenn die Zahl des Subtrahendus kleiner ist, als die des Subtractors, bey der nächsten Zahl zur linken Hand, im Subtractor borgen; dadurch aber gewinnt diese Zahl 1 in ihrem Werth und wird also um so viel größer

Multiplicatio

Heißt, Größen durch andere angegebene Größen vervielfältigen, dergestalt, daß in denen daraus entspringenden Zahlen die eine Größe so vielmal enthalten ist, als sie durch die andern vervielfältiget oder vermehret worden.

Anmerkung. Man würde zwar, durch mehrfaches Addiren, alle Aufgaben in der Multiplication berechnen können, aber mit vieler Mühe und Zeitverlust. Nur einen kleinen Beweis. Wenn 12 durch 4 vermehrt werden sollen, so würde man durch vierfache Addition dieses Multiplicandus, als:

12
12
12
12
———
48 zum Produkt bekommen, und welche Mühe, wenn z. B. nur 1548 durch 329 zu vervielfältigen sind? Nach der Addition würde die Summe von 1548. 329mal untereinander gesetzt und summirt werden müssen, welches aber durch Hülfe des nachstehenden Einmal

mal Eins, (welches jeder angehende Rechner, durchaus fertig auswendig lernen muß) weit leichter berechnet werden kann.

Das Einmal Eins.

1	mal	1	ist	1	5	mal	1	ist	5	8	mal	1	ist	8
2	;	2	;	4	5	;	2	;	10	8	;	2	;	16
2	;	3	;	6	5	;	3	;	15	8	;	3	;	24
2	;	4	;	8	5	;	4	;	20	8	;	4	;	32
2	;	5	;	10	5	;	5	;	25	8	;	5	;	40
2	;	6	;	12	5	;	6	;	30	8	;	6	;	48
2	;	7	;	14	5	;	7	;	35	8	;	7	;	56
2	;	8	;	16	5	;	8	;	40	8	;	8	;	64
2	;	9	;	18	5	;	9	;	45	8	;	9	;	72
2	;	10	;	20	5	;	10	;	50	8	;	10	;	80
3	mal	1	ist	3	6	mal	1	ist	6	9	mal	1	ist	9
3	;	2	;	6	6	;	2	;	12	9	;	2	;	18
3	;	3	;	9	6	;	3	;	18	9	;	3	;	27
3	;	4	;	12	6	;	4	;	24	9	;	4	;	36
3	;	5	;	15	6	;	5	;	30	9	;	5	;	45
3	;	6	;	18	6	;	6	;	36	9	;	6	;	54
3	;	7	;	21	6	;	7	;	42	9	;	7	;	63
3	;	8	;	24	6	;	8	;	48	9	;	8	;	72
3	;	9	;	27	6	;	9	;	54	9	;	9	;	81
3	;	10	;	30	6	;	10	;	60	9	;	10	;	90
4	mal	1	ist	4	7	mal	1	ist	7	10	mal	10	ist	100
4	;	2	;	8	7	;	2	;	14	10	;	100	;	1000
4	;	3	;	12	7	;	3	;	21					
4	;	4	;	16	7	;	4	;	28					
4	;	5	;	20	7	;	5	;	35					
4	;	6	;	24	7	;	6	;	42					
4	;	7	;	28	7	;	7	;	49					
4	;	8	;	32	7	;	8	;	56					
4	;	9	;	36	7	;	9	;	63					
4	;	10	;	40	7	;	10	;	70					

Die gegebene Größe, welche vermehret werden soll, heißt der Multiplicandus, die, womit man vermehret, der Multiplicator, die daraus entstehende Zahlen, das Produkt oder Faktum.

Bey Ausarbeitung der hierher gehörigen Aufgaben, hat man die Untersetzung der Zahlen ebenfalls aufs genaueste zu beoachten.

Diese Species behandelt man folgendermaaßen:

1) Wenn der Multiplicator nur eine einfache Zahl ist, so schreibe man den Multiplicandus vor sich, und den Multiplicator zur Rechten, etwas entfernt von den Multiplicandus, ziehe unter diesem einen Strich, und multiplicire, von der rechten zur linken Hand, jede Ziffer des Multiplicandus mit der Zahl des Multiplicators. Die Produkte, wie sie in dem Einmal Eins stehen, setzt man unter die Linie allemal in eben die Stelle, worin die vermehrte Ziffer steht. Enthält nun ein Produkt Zehener, so zähle man solche zum nächstfolgenden Produkt, und endlich schreibt man das letzte Produkt zur linken Hand ganz aus.

Zum Beyspiele, es soll 85476 durch 4 vermehret werden, so behandelt man dieses also

85476 — (4

341904 Produkt.

als 4 mal 6 ist 24 — die 4 unter die 6 gesetzt, 4 mal 7 ist 28, und die von 24 zurückgebliebene 2 dazu, sind 30 — die 0 unter die 7 in die 2te Stelle — 4 mal 4 sind 16 — hierzu die von der 30 gebliebene 3 sind 19 — die 9 unter die 4 in die 3te Stelle — 4 mal 5 sind 20, dazu die von 19 gebliebene 1 — sind 21 —, die 1 unter die 5 in die 4te Stelle gesetzt, — 4 mal 8 sind 32 und die bey der 21 gebliebenen 2 sind 34, welche zuletzt ausgeschrieben werden.

2) Wenn

2) Wenn der Multiplicator aus 2 Zahlen besteht, so ist zwar

a) Die Verfahrungsart mit der einfachen Zahl darin ganz gleich, daß man mit jeder Zahl des Multiplicators, jede Zahl des Multiplicandi, nach der gegebenen Anweisung multipliciret, aber auf den Werth des Multiplicators besonders Rücksicht nehmen muß. Wenn zum Beyspiel

3825 mit 23 vermehret werden soll; so ist es eben so gut, als wenn man den Multiplicandus, zuerst mit 20 und dann mit 3 vermehrt, und beyde Summen addirt, woraus das Produkt dieser Aufgabe natürlich folget.

Der Anhang jeder Nulle zu einer Summe, vermehrt solche wie bey der Einleitung gesagt ist zehnfach, folglich darf man den Multiplicandum

3825 nur mit 2 vermehren

wo 7650 zum Produkt kommen, und hängt man an dieses Produkt eine Nulle, so solches zehenfach, als

76500 und also der Multiplicandus, durch 2 mal 10 oder 20 mal vermehrt.

Es würden aber noch zu dem Produkte der 76500 — noch das Produkt des Multiplicators durch 3 vermehrt, hinzugefügt werden müssen, dieses betrüge nun

11475 +

87975 — das vollständige Produkt dieser Aufgabe. Hieraus wird hoffentlich jeder einsehen, daß nach folgender Behandlung man dieses Exempel weit kürzer anlegen kann.

```
 3825 — mit 23
 11475
 7650
 87975
```

87975 hier wird mit 3 als der Einheit des Multiplicators zuerst multiplicirt, und so wie bey den einzelnen Zah-

Zahlen gleich unter den Multiplicandus gesetzt. Alsdann mit der 2, womit aber, da sie in der Eigenschaft der Zehener stehet, durch Einrücken zur linken Hand, der Multiplicandus, vermehrt werden muß; beyde Produkte summirt, geben also das Hauptprodukt.

Multipliciret man zuerst mit dem Zehener, so ist es so anzulegen

3825 — mit 23
7650
11475
87975. Denn weil die 3 hier die Einheit ist, so muß das aus solcher entstehende Produkt zur rechten Hand ausgerückt werden, um dem Zehener, womit vorher multipliciret war, dadurch seinen Werth zu geben, welches aus der erstern Erklärung dieser mehr berührten Aufgabe deutlich hervorgeht.

Exempel zur Uebung.

437956428 — 37
3065694996 das 7fache
1313869284 das 30fache
16204387836 Hauptprodukt

372581459 — 67
2608070213 das 7fache
2235488754 das 60fache
24962957753 Hauptprodukt.

b) Trift sichs, daß der aus 2 Zahlen bestehende Multiplicator die Theilung des Einmal Eins in sich faßt, das ist, wenn derselbe aus 2 solchen Zahlen besteht, die sich durch das Einmal Eins verkleinern lassen, so theile man den Multiplicator in diese Zahlen ein, (welches

zer=

zerfällen oder zerstreuen genannt wird). Z. B. der Multiplicator ist 28. Nun ergiebt sich aus dem Einmal Eins, daß diese Zahlen aus 4mal 7 bestehen. Folglich muß der Multiplicandus 4mal vermehret werden, woraus ich 4fache Vervielfältigung erhalte, und wenn nun dieses 4fache durchs 7fache vermehrt wird, so erhalte ich natürlicherweise die 28fache Vervielfältigung des Multiplicandus, als:

	56497 — 28	
das 4fache	225988	(4
das 4mal 7 oder 28fache.	1581916	(7

Es bedarf übrigens wohl keiner weitläuftigen Erklärung, daß es einerley gewesen seyn würde, wenn der angenommene Multiplicandus zuerst mit 7 und das daraus gekommene Produkt durch 4 vermehrt worden wäre, als:

	56497 mit 28	
das 7fache	395479	(7
das 7mal 4 oder 28fache	1581916	(4

Exempel zur Uebung.

57239468 — 36	
228957872	(4
2060620848	(9

47932597 — 45	
431393373	(9
2156966865	(5

5497634574 — 56	
38483442018	(7
307867536144	(8

246874567 — 72
1974996536 (8
17774968824 (9

c) Wenn bey einem aus 2 Zahlen bestehenden Multiplicator eine Nulle stehet, so vertritt sie natürlicherweise die Stelle der Unität — (denn zur linken Hand allein hat sie keinen Werth) und darf man also blos mit dem Zehener, der aus einer der übrigen 9 Zahlen bestehet, den Multiplicandus vermehren, und dem Produkt eine Nulle anhangen, als

7538 durch 90
678420 hieraus folget, daß durch 9mal 10 der angegebene Multiplicandus vermehret, mit obiger Verfahrungart gleich ist.

d) Stehet in dem Multiplicator eine 1 — so verdient folgende Behandlung damit alle Aufmerksamkeit.

Die 1 multipliciret nicht, sondern läßt den Multiplicandus in seinem einfachen Werth, daher hat man hauptsächlich zu merken, ob die 1

aa) Die Eigenschaft der Zehener, oder

bb) Die der Unität hat.

Im erstern Fall, wo sie die Eigenschaft der Zehener hat, wird der Multiplicandus mit der Unität des Multiplicators dergestalt vervielfältiget, daß, durch Ausrücken zur rechten Hand um eine Zahl, das Produkt unter den Multiplicandus gesetzt wird, als:

3457 — 19
31113
65683

Der Beweis von der Richtigkeit dieses Produkts ist dieser:

Durch das Anhängen der Nulle an den Multiplicandus vervielfältige ich ihn zehnfach, also 3457 mit angehängter Nulle

34570 — 10fache Vermehrung
31113 — 9fache Vervielfältigung.
65683

Da nun das durch die Unitäten entstandene Produkt an die Stelle der Unitäten gesetzt werden muß; so siehet man nun ein, warum die Ausrückung des durch die Unität entstandenen Produkts zur rechten Hand um eine Zahl nothwendig war.

Exempel zur Uebung.

5374538 ⨯ 13
16123614
69868994

27439581 ⨯ 17
192077067
466472877

bb) Wo aber die 1 — in der Eigenschaft der Unität stehet, ist die Verfahrungart umgekehrt. Z. B. obige Aufgabe

3457 mit 91
31113
314587

Hieraus erhellet, daß der Multiplicandus in seinem einfachen Werthe stehen bleibt, weil die 1 nicht vervielfältigt, und blos durch die 9 vermehrt werden durfte, die Eigenschaft eines Zeheners hatte, und, durch das Einrücken zur *linken* Hand, den Multiplicandus zugleich noch 10fach, also 90fach vervielfältigt.

Ex:

Exempel zur Uebung.

```
  73584976 × 41
 294339904
3016984016

 130479624 × 71
 913357368
9264053304
```

3) Mit drey Zahlen einen Multiplicandus zu vervielfältigen, findet die nemliche Regel statt, die bereits ad 2) bey der ersten Unterabtheilung gelehrt ist. Es wird der Multiplicandus wieder mit jeder Zahl insbesondere vervielfältigt, und wieder auf den Werth der Zahl und auf die Stelle Rücksicht genommen, die diese Zahl im Multiplicator vertritt. Z. E.

```
   914356 mit 456
  5486136  ist das 6fache Produkt
 4571780   ist das 50fache Produkt.
3657424    ist das 400fache Produkt.
416946336  das Hauptprodukt.
```

Es ergiebt sich aus dem vorigen Beyspiel, daß, durch Einrücken des aus der 2ten Zahl des Multiplicators entstandenen Produkts, der Multiplicandus 50mal vermehrt war, und durch ferneres Einrücken des Produkts, das aus der 3ten Zahl des Multiplicators entstand, der Multiplicandus um 400fach vervielfältigt worden.

Man kann sich davon desto vollkommner überzeugen, wenn man diese Aufgabe besonders mit 400, ferner mit 50 und endlich mit 6 vermehrt, diese 3 Produkte addiret, und dadurch das Hauptprodukt erhält. Als:

914356	mit	400	365742400
	mit	50	45717800
	mit	6	5486136
			416946336

47932 × 479
431388
335524
191728
22959428

246833 × 567
1727831
1480998
1234165
139954311

Exempel zur Uebung.

79846	mit	597	Produkt	47668062
53264	mit	679	:	36166256
47865	mit	2345	:	112243425
2468035	mit	3574	:	8820757090
57496	mit	57496	:	3305790016
549763	mit	462803	:	254431965689

Es ist schon gesagt, daß das Anhängen einer Nulle zur rechten Hand den Multiplicandus 10fach vermehrt. Durch Anhängen zwoer Nullen vervielfältigt er sich hundertfach, durch 3 Nullen tausendfach, und so steigt die Vermehrung bey jedesmaligem Anhang einer Nulle.

Jetzt sind noch zween Vortheile zu merken, wenn nemlich

a) in dem Multiplicator eine 1 sich befindet, sie mag zur Linken, in der Mitte, oder zur Rechten stehen; so ziehe ich unter den Multiplicandus die gewöhnliche Linie nicht,

nicht, weil ich sonst den ganzen Multiplicandus, als ein einfaches Produkt, zu den aus den übrigen Zahlen entstandenen Produkten zuschreiben müßte; sondern ich behandle den Multiplicandus als ein durch die 1 bereits da stehendes Produkt, und bemerke nur hauptsächlich, welchen Werth die 1 in dem Multiplicator hat, um derenwillen man sich dieses Vortheils bediene.

```
7345864    mit 149
29383456
 66112776
----------
1094533736
```

Durch Ausrücken des Produkts aus der 4 des Multiplicators ist der Multiplicandus um 10fach, und durch weiteres Ausrücken des Produkts aus der 9, als der Einheit des Multiplicators, ist

der Multiplicandus : 100fach
aus der 4 : 10fach
und aus der 9 : 9fach vervielfältigt.

Hätte ich nun von der rechten Hand zur linken multipliciret, so hätte ich offenbar eine Reihe Zahlen mehr haben müssen, als:

```
   7345864
----------
  66112776 das 9fache
 29383456  das 40fache
 7345864   das 100fache
----------
1094533736
```

und war diese Verfahrungsart, wie sie bey der ersten Aufgabe dieses 3ten Abschnittes Seite 17 angezeigt worden.

Wenn aber die 1 in der Mitte des Multiplicators stehet; als:

7347864 mit 416

so vermehre man den Multiplicandus zuerst mit der Unitätszahl und Ausrücken des Produkts um eine Zahl nach der rechten

rechten Hand, ohne eine Linie unter den Multiplicandus zu ziehen, wodurch derselbe zehnfach vervielfältigt wird; mit der 4, die den Werth der Hunderte hat, multipliciret man den Multiplicandus auch, und rückt um 2 Zahlen unter das aus der Unität gekommene Produkt ein, um diesem den Werth der Hunderte zu geben, als:

der Multiplicandus wird das 10fache	7347864	mit 416
das 6fache	44087184	
das 400fache	29391456	
	3056711424	

Die Erklärung und den Beweis geben die bereits angezeigte Verfahrungart und angegebenen Grundsätze.

Ist nun endlich die 1 in dem Multiplicator zur rechten Hand und hat den Werth der Unität; so bleibt der Multiplicandus in seinem einfachen Werth, und wird mit dem Zehener des Multiplicators, durch Einrücken einer Zahl zur linken Hand, vermehrt, alsdenn mit der Zahl, die in der Stelle der Hunderte steht, und vermittelst ferneren Einrückens um eine Zahl zur linken Hand vervielfältiget, und sämtliche Produkte addiret, als:

7345864	mit 761
44075184	
51421048	
5590202504	

Der Multiplicandus ist das einfache Produkt; die zweyte Zahlreihe das Sechszigfache, und die dritte Zahlreihe das Siebenhundertfache Produkt.

b) Wenn in der Mitte des Multiplicators eine Nulle stehet; so wird sofort unter den Multiplicandus eine Linie gezogen, mit den bedeutenden Zahlen, nach dem Werth ihrer

ihrer Unität und Hunderte, der Multiplicandus vermehrt, und beyde Produkte summirt, als:

3479	mit 207
24353	
6958	
720153	

Die Nulle in der Eigenschaft oder Werth des Zeheners multipliciret nicht. Da nun zuvörderst mit der 7 als Einheit multipliciret war, so mußte das durch die Vermehrung der 2 entstandene Produkt um 2 Zahlen zur linken Hand eingerückt werden, damit der Multiplicandus 200 mal vervielfältiget wurde, und doch seinen zehnfachen Werth erhielt, weil die Nulle die Stelle des Zeheners vertrat.

Dieses noch deutlicher zu machen, folgt hier die Aufgabe noch einmal

3479	mit 207
24353	der 7fache Werth.
0000	der 10fache Werth durch die Nulle.
6958	der 200fache Werth.
720153	das Hauptprodukt.

Mehrere Vortheile in der Multiplication werden in einem besondern Abschnitte angegeben werden.

Mit 4, 5 und mehrere Zahlen zu multipliciren, ist die nehmliche Verfahrungart.

Einen sehr großen Vortheil gewährt das große Einmal Eins, weil in der Regel de Tri öfters, durch 12, 15, 16, 24 mit einemmal multiplicirt, viel Zeit und Raum erspart wird. Es verdient daher in dieser Abhandlung seinen Platz.

Das

Das große Einmal Eins.

2	mal	11	ist	22	2	mal	12	ist	24	2	mal	13	ist	26
3	:	11	:	33	3	:	12	:	36	3	:	13	:	39
4	:	11	:	44	4	:	12	:	48	4	:	13	:	52
5	:	11	:	55	5	:	12	:	60	5	:	13	:	65
6	:	11	:	66	6	:	12	:	72	6	:	13	:	78
7	:	11	:	77	7	:	12	:	84	7	:	13	:	91
8	:	11	:	88	8	:	12	:	96	8	:	13	:	104
9	:	11	:	99	9	:	12	:	108	9	:	13	:	117
10	:	11	:	110	10	:	12	:	120	10	:	13	:	130
2	mal	14	ist	28	2	mal	15	ist	30	2	mal	16	ist	32
3	:	14	:	42	3	:	15	:	45	3	:	16	:	48
4	:	14	:	56	4	:	15	:	60	4	:	16	:	64
5	:	14	:	70	5	:	15	:	75	5	:	16	:	80
6	:	14	:	84	6	:	15	:	90	6	:	16	:	96
7	:	14	:	98	7	:	15	:	105	7	:	16	:	112
8	:	14	:	112	8	:	15	:	120	8	:	16	:	128
9	:	14	:	126	9	:	15	:	135	9	:	16	:	144
10	:	14	:	140	10	:	15	:	150	10	:	16	:	160
2	mal	17	ist	34	2	mal	18	ist	36	2	mal	19	ist	38
3	:	17	:	51	3	:	18	:	54	3	:	19	:	57
4	:	17	:	68	4	:	18	:	72	4	:	19	:	76
5	:	17	:	85	5	:	18	:	90	5	:	19	:	95
6	:	17	:	102	6	:	18	:	108	6	:	19	:	114
7	:	17	:	119	7	:	18	:	126	7	:	19	:	133
8	:	17	:	136	8	:	18	:	144	8	:	19	:	152
9	:	17	:	153	9	:	18	:	162	9	:	19	:	171
10	:	17	:	170	10	:	18	:	180	10	:	19	:	190

2	mal	20	ist	40	2	mal	21	ist	42	2	mal	22	ist	44
3	:	20	:	60	3	:	21	:	63	3	:	22	:	66
4	:	20	:	80	4	:	21	:	84	4	:	22	:	88
5	:	20	:	100	5	:	21	:	105	5	:	22	:	110
6	:	20	:	120	6	:	21	:	126	6	:	22	:	132
7	:	20	:	140	7	:	21	:	147	7	:	22	:	154
8	:	20	:	160	8	:	21	:	168	8	:	22	:	176
9	:	20	:	180	9	:	21	:	189	9	:	22	:	198
10	:	20	:	200	10	:	21	:	210	10	:	22	:	220

2	mal	23	ist	46	2	mal	24	ist	48
3	:	23	:	69	3	:	24	:	72
4	:	23	:	92	4	:	24	:	96
5	:	23	:	115	5	:	24	:	120
6	:	23	:	138	6	:	24	:	144
7	:	23	:	161	7	:	24	:	168
8	:	23	:	184	8	:	24	:	192
9	:	23	:	207	9	:	24	:	216
10	:	23	:	230	10	:	24	:	240

Divisio

Giebt Anleitung, eine angegebene Größe in mehrere gleiche Theile zu theilen.

Die zu theilende Summe heißt der **Dividendus**, die Zahlen, welche theilen, der **Divisor**, und diejenige Summe, die hieraus entstehet, der **Quotient**.

Wenn z. B. vier Personen in 16 Rthl. dergestalt sich theilen sollen, daß jeder derselben gleich viel bekommt; so ist dieses mit der Frage einerley: wie vielmal ist die Zahl 4 in 16 enthalten? Hierzu ist die vollständige Bekanntmachung des

Ein-

Einmal Eins so nothwendig, als bey der Multiplication, und wird solches bey der Division in umgekehrtem Falle gebraucht.

Anstatt in der Multiplication z. B. gesagt wird, 4 mal 4 ist 16, so heißt es hier 4 in 16 habe ich 4 mal, weil 16 aus 4 mal 4 entsteht.

Aufgaben, die in diese Species gehören, könnten auch durch die Subtraction aufgelöst werden, aber mit eben solcher Weitläuftigkeit, als die Aufgaben in der Multiplication durch die Addition. Denn bey dem Beyspiel, wo 16 Rthl. in 4 Theile getheilt werden sollen, müßte ich doch suchen, wie oft 4 von 16 abgezogen werden kann, und so von

16	
4	für den ersten Theil abgezogen.
12	Rest.
4	für den zweyten Theil.
8	Rest.
4	für den dritten Theil.
4	Rest für den vierten Theil.

wodurch alle gleich befriediget wären.

Die Hauptregeln, wie man dividiren muß, sind folgende, und zwar:

1) Bey einer einfachen Zahl, das ist, wo der Divisor aus einer Unität bestehet.

Man ziehet eine Linie unter den Dividendus, zu dessen Linken der Divisor vorher gesetzt ist, fängt von der linken Hand an, und fragt, wie vielmal der Divisor in der ersten Zahl des Dividendus, oder, wenn sie kleiner ist, als der Divisor, wie vielmal sie in den beyden ersten Zahlen enthalten sey? und schreibe die erste Zahl des Quotienten unter diese Linie. Geht der Divisor darinnen nicht auf, das heißt, bleiben einige Unitäten übrig, (die aber nie so groß seyn müßen,

als

als der Divisor) so werden diese übrig gebliebene Unitäten, als Zehener behandelt, und die nächstfolgende Zahl als Unitāt, folglich in die daraus entstandenen zwey Zahlen dividiret, wieder der daraus gekommene Theil untergesetzt, mit dem übriggebliebenen zur dritten Zahl geschritten, und so durch den ganzen Dividendus fortgefahren: hebt dann in der letzten, oder beyden letzten Zahlen der Divisor sich nicht auf, so bemerkt man das übriggebliebene neben dem Quotienten etwas oberhalb, setzt den Divisor darunter, und trennet diese beyden Zahlen durch einen Querstrich, wodurch sie die Eigenschaften eines Bruchs erhalten.

Man hat hierbey wohl zu merken, daß man allemal den höchsten Quotienten, der durch Theilung des Divisors in den Dividendus nur möglich ist, annehme, weil sonst allemal 1 oder mehrere, dem Divisor gleiche, oder ihn übertreffende, Größen zurück bleiben würden.

Folgendes Exempel mag zur Erläuterung dienen.

6) in 4387548

731258 Quotient.

6 ist in 43 7 mal enthalten, und blieb noch 1 übrig, weil 6 mal 7 nur 42 sind. Diese 1 als Zehener zu der folgenden 8 sind 18, — 6 in 18 habe ich 3 mal — 6 in 7 1 mal, bleibt wieder 1, (oder Zehener) zu der 5 sind 15, worinn 6 — 2 mal enthalten ist und noch 3 übrig läßt, die als 30 zu der 4 nunmehr 34 ausmachen, worinn 6 sich 5 mal theilen kann, und noch 4 übrig bleiben, die als Zehener 40 und der Unitāt 8 — 48 betragen, worinn 6 achtmal enthalten ist. Fände sich, daß der vorige Dividendus statt 4387548 — 4387 gewesen wäre, so würde durch 6 getheilt . . $731\frac{1}{6}$ zum Quotient kommen, nemlich in der letzten 7 — ist 6 nur einmal enthalten, und bleibt 1 übrig, diese 1 wird etwas höher als die letzte Ziffer des Quotienten

enten gesetzt, der Divisor darunter, und beyde Zahlen durch den Querstrich getrennt.

2) Bey der doppelten Zahl des Divisors ist die Verfahrungart folgende.

a) Zuvörderst beurtheile ich, ob der Divisor aus solchen Zahlen bestehet, die durch 2 Unitäten in gleiche Theile getheilt werden können; wie bereits bey der Multiplication (siehe S. 16 unter b) ausgeführet ist, als:

48 in 294576

Hier zerfället man die 48 in 6 mal 8 — erhält also 2 Unitäten zu Divisoren, und verhält sich mit der ersten Zahl wie bey der ersten Abtheilung gezeigt ist; den daraus entstandenen Quotienten aber dividiret man durch die zweyte Unität des Divisors, als:

48	in	294576	
6		49096	der 6te Theil.
8		6137	der 8te Theil aus dem 6ten Theil, oder der 48ste Theil.

Wenn bey dem, aus dem Dividendus entstandenen, ersten Quotienten, eine Zahl übrig bleibt, so wird damit, wie schon gelehrt, verfahren. — Beym Dividiren mit der zweyten Unität aber muß man diese übrig gebliebene Zahl so behandeln:

Man multiplicire den, beym ersten Quotienten habenden, Rest mit dem ersten Divisor, und addire dazu die beym Dividendus übrig gebliebene Zahl, welche wieder die etwas höhere Stelle beym Quotienten einnimmt, setze darunter den Hauptdivisor, und trenne diese Zahlen durch einen Querstrich.

48: in 29457
6) $4909\frac{3}{6}$ 1ster Quotient oder 6ter Theil.
8) $613\frac{33}{48}$ 2ter Quotient, oder der 8te aus dem 6ten d. i. der 48ste Theil.

Hier blieb, nach geschehener Division mit der 6 in dem Dividendus, 3 übrig, und wurde also $\frac{3}{6}$. Durch die Division mit der 8 in dem ersten Quotienten blieben am Ende 5, diese wurde mit der ersten 6 multipliciret, waren 30; hierzu die 3 addiret, daß also die 33 die Oberstelle, und der Hauptdivisor, 48, die untere Stelle einnahm.

Bleibt beym Dividiren mit der zweyten Unität in dem ersten Quotienten nichts übrig, als die schon gebrochene Zahl, so setze man beym zweyten Quotienten die obere Zahl wieder in die obere Stelle und darunter den Hauptdivisor. Als:

48: in 29427
6) $4904\frac{3}{6}$
8) $613\frac{3}{48}$ Quotient

Der Beweis, daß 48 Theile, durch 6 mal 8 Theile zergliedert, den nemlichen Quotienten als 48 Theile geben müssen, ist im umgekehrten Falle der nemliche; wo eine Größe sechsfach vermehrt, und diese sechsfach mit 8 vervielfältigt eine 48fache Vermehrung austrägt.

Exempel zur Uebung.

45: 2156966865
5) 431393373
9) 47932597

68: 57937824
7) 8276832
9) 919648

36)

$$36: \quad 27348537$$
$$6)\ 4558089\tfrac{3}{6}$$
$$6)\ 759681\tfrac{21}{36}$$

$$56: \quad 54937628$$
$$7)\ 7848232\tfrac{4}{7}$$
$$8)\ 981029\tfrac{4}{56}$$

b) Wenn man aber diese Zerfällung durch zwey Unitäten nicht anbringen kann, so soll folgende Anweisung dienen, die für Anfänger und langsame Genies die leichteste ist.

Man untersucht, wie vielmal der aus 2 Zahlen bestehende Divisor in den ersten 2 oder 3 Zahlen des Dividendus enthalten ist, oder man versucht solches durch den Zehener des Divisors in die erste oder 2 ersten Zahlen, und multipliciret mit der zum Quotienten gekommenen Zahl den ganzen Divisor; kömmt ein größeres Produkt, als der Theil des Dividendus, das ist, die 2 oder 3 ersten Zahlen, worinn man dividiret, und die man (das Dividuum) benennet, so muß man mit der, auf den Quotienten folgenden, geringern Zahl den Divisor multipliciren; ist das daraus entstandene Produkt wieder größer, als das Dividuum, so nimmt man noch einen um eine Zahl geringern Quotienten an, bis das Produkt des Divisors, das Dividuum nicht mehr übersteigt, aber der Divisor darin auch so vielmal als möglich enthalten ist, welches man daran erkennen kann, wenn nach geschehener Subtraction der Rest weniger, als der Divisor, ist.

Diesen Quotienten setze man zur rechten Hand hinter den Dividendus, den man von der Summe des Quotienten, durch ein Zeichen (†) trennt, multiplicire also mit diesem Quotienten den Divisor, und ziehe das daraus entstandene Produkt von dem Dividuum, das nun die Stelle des Subtrahendus vertritt, ab. Als:

```
48 : in 294576 † 6137   Quotient.
    ÷   288...          6 mal 48
        ------
         65..
    ÷    48..           1 mal 48
        ------
         177.
     ÷   144.           3 mal 48
        ------
          336
      ÷   336           7 mal 48
        ------
        geht auf.
```

Hier hieß es 4 in 29 — 7 mal, weil aber 7 mal 48 336 ist, und folglich von dem Dividuum 294 nicht abgezogen werden konnte, so mußte nur 6 mal 48 genommen werden; dieses war der erste Quotient. Die übrige Verfahrungsart ergiebt sich nach obiger Anweisung aus dem Exempel.

Exempel zur Uebung.

```
43: 283714 † 6598
    258...
    ------
     257..
     215..
     ------
      421.
      387.
      ------
       344
       344
       ------
      geht auf.

98: 889840 † 9080
    882...
    ------
     78..
    ------
     784.
     784.
    ------
     0000
```

Wenn

Wenn aber in den letzten Zahlen der Divisor nicht aufgeht; so behandelt man die übriggebliebenen Zahlen, wie beym ersten Abschnitt angezeigt ist, nemlich sie werden dem Quotienten in einer Erhöhung zur rechten Hand beygefügt, und darunter der Divisor gesetzt, und beyde durch einen Querstrich getrennt. z. E.

$$
\begin{array}{rl}
65 : & 369078 \dagger 5678\frac{8}{65} \\
 & \underline{325...} \\
 & 440.. \\
 & \underline{390..} \\
 & 507. \\
 & \underline{455.} \\
 & 528 \\
 & \underline{520} \\
 & 8 \text{ Rest.}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
57 : & 246618 \dagger 4326\frac{36}{57} \\
 & \underline{228...} \\
 & 186.. \\
 & \underline{171..} \\
 & 151. \\
 & \underline{114.} \\
 & 378 \\
 & \underline{342} \\
 & 36 \text{ Rest.}
\end{array}
$$

3) Mit drey und mehreren Zahlen einen gegebenen Dividendus zu theilen, hat man die nemliche Behandlung zu beobachten, als bey der Theilung durch zwo Zahlen. zum Beyspiel:

789: 360240 † $456\frac{456}{789}$ Quotient..
3156.. 4 mal 789
4464.
3945. 5 mal 789
5190
4734 6 mal 789
456 Rest.

Nach einiger Uebung erlangt man die Fertigkeit, in der Geschwindigkeit zu übersehen, wie hoch man den Quotienten annehmen kann, und diese Uebersicht muß man durch anhaltenden Fleiß bey dieser Species zu erlangen suchen.

Aufgaben zur Uebung.

483: 2301457583 † $4764922\frac{257}{483}$
1932......
3694.....
3381.....
3135....
2898....
2377...
1932...
4455..
4347..
1088.
966.
1223
966
257 Rest.

```
6795: 8934752 † 1314 6122/6795
      6795...
      -------
      21397..
      20385..
      -------
       10125.
        6795.
       ------
        33302
        27180
       ------
         6122 Rest.
```

Diese angeführte Methode ist zwar die leichteste, und man kann da, wo man sich geirret hat, den Fehler leicht finden, aber sie ist für diejenigen, die in ihren Geschäften viel zu rechnen haben, zu weitläuftig, und erfordert viel Zeit und Papirverschwendung.

Für diese und für Kaufleute ist also folgende Methode mehr zu empfehlen.

Der Divisor wird, wie bey der vorigen Art, zur Linken gesetzt, in kleiner Entfernung zur Rechten der Dividendus, und weiter zur Rechten, nach dem gemachten Zeichen (†) der Quotient.

Es wird wieder untersucht, wie vielmahl der Divisor in den ersten Zahlen des Dividendus enthalten ist, der gefundene Quotient an seine Stelle gesetzt, und durch ihn der Divisor als Multiplicandus behandelt, also, daß man mit dem Quotienten zuerst die Unität des Divisors vermehrt, das Dividuum als einen Subtrahendus annimmt, von der ersten Zahl zur Rechten die Unität des aus vorgedachter Multiplication entstandenen Produkts abziehet, und die Zahl des Dividuum ausstreicht; den bey der Multiplication übrig gebliebenen Zehener addirt man nebst der geborgten Zahl aus der Subtraction zu dem Produkt, das aus der Multiplication des Quotienten mit dem Zehener des Divisors erfolgt; sub-

subtrahiret dieses von dem Rest und streicht die Zahlen des Subtrahendus aus. Als:

48: 294576 † 6137 Quotient.
673
13

Hier sage ich 4 in 29 — 6 mal — 6 mal 8 ist 48 — 8 ziehe ich von der 4 ab, wozu ich 1 borge, bleiben 6 — streiche die 4 im Dividendus aus, habe aber den Zehener der 48, als 4 nebst der geborgten 1, zusammen 5 im Sinn; 6 mal 4 sind 24 und 5 sind 29, so mit dem Rest des Dividuums aufgehen. Ferner 48 in 65 habe ich 1 mal, (dieses ist die 2te Zahl des Quotienten) 1 mal 48 von 65 abgezogen, bleiben 17, streiche die 65 aus. 48 in 177 — 3 mal, 3 mal 48 sind 144 von 177 bleiben 33, und streiche die 177 aus, endlich 48 in 336 — 7 mal — 7 mal 8 sind 56 — 6 mit 6 geht auf, 4 mal 7 sind 28, hiezu den im Sinn habenden Zehener 5, (von 56) sind 33, so mit 33 aufgeht.

Wenn man mit dieser Verfahrungart bekannt, und darin geübt ist, so ist der Vortheil klar; denn bey dem angeführten Exempel sind bey der ganzen Division nur 5 Zahlen anzumerken nöthig gewesen, und nach der Verfahrungart, (siehe Seite 31) hat man 19 Zahlen untersetzen müßen. Diese Behandlung, wo der Divisor aus 3, 4 und mehrern Zahlen besteht, ist noch vortheilhafter.

Es erklärt sich dieses durch folgende Auseinandersetzung noch deutlicher.

48: 294567 † 6137 Quot.
6
______
6576
17
______
1776
33
______
336

Denn die Wiederholung des jedesmaligen Dividuums fällt bey der Ausrechnung weg, und liegt dem Rechner immer vor Augen.

Uebrigens hat die Erfahrung gelehrt, daß junge Leute, selbst von geringer Fähigkeit, sich bald den vollständigen Begrif von dieser Methode gemacht und sie mit sehr gutem Erfolg angewandt haben.

Die Verfahrungart mit 3, 4 und mehrern Zahlen im Divisor ist mit der, wo derselbe aus 2 Zahlen bestehet, ganz gleich, wie nachstehende Uebungexempel zeigen.

```
67:  5 3 9 8 4 7 6 3   † 805742 42/67
       3 4 9 8 8(9
           2 1(4

439:  2 5 4 9 3 6 1   † 5807 88/439
        3 5 4 1(8 8
            3

234:  13430341 08   † 5739462
       1792185 6
        21044
          1

679:  361662 56   † 5364
       221941
        1737
         42

2345:  112243425   † 47865
        84287
        2052
        111

4567:  10709615   † 2345
        157553
        2028
         2
```

3507080: 280026309680 † 79846
3450378 54
2966922
12134
0

3574:	8820757090	† 2468035	Quotient.
6789:	31005363	† 4567	=
57496:	3305790016	† 57496	=
462803:	254431965689	† 549763	=

Wenn zur Rechten des Divisors Nullen stehen, so werden zur rechten Hand des Dividendus so viel Zahlen durch einen Strich abgeschnitten, als der Divisor zur rechten Hand Nullen hat, und durch des Divisors übrige Zahlen die Summe des Dividendus zur linken Hand des Striches dividiret. Mit dem zuletzt überbleibenden Reste wird, nachdem die abgeschnittenen Zahlen dazu genommen sind, wie bekannt, verfahren. Zum Exempel.

300 in 48568|94 (1)
16180 $\frac{124}{300}$ Quotient.

420 in 485689|4 (1)
60 — 80948 und $\frac{14}{60}$ der 60ste Theil.
7 — 11564 $\frac{14}{420}$ der 7mal 60ste, das ist, der 420ste Theil.

1000: 37953|$\frac{824}{1000}$ Quotient.

Die 1 dividiret nicht, folglich ist, nach Abschneidung der hintern 3 Zahlen, keine weitere Berechnung nöthig.

Von

Von den gemeinen Proben der vier Species.

I. Die Addition wird durch die Subtraction probirt, als:

Exempel.		Probe.	
	3456		6789
	6789		1234
	1234		2345
	2345	Summa	10368
Summa	13824	oder †	3456
÷	10368		13824 Summa
Rest	3456		

Hieraus sieht man, daß die erste zu summirende Größe weggelaßen und die übrigen besonders addiret sind, folglich der Unterschied der ersten Größe, bey der Probe durch noch besondere Zusetzung derselben, die Hauptsumme angab, oder der Abzug der Probesumme von der Hauptsumme deren Differenz der weggelaßenen Summen anzeigte.

Eine zweyte Probe, die Seite 16 der ersten Ausgabe angeführt ist, ist nichts weniger als zuverläßig, daher solche ganz verwerflich ist. Diese Probe ist so angezeigt:

„Man wirft, so oft man 9 zählen kann, sowohl „von der Zahl, die addiret worden ist, als auch von „der Summe weg, so muß einerley Zahl von beyden „übrig bleiben. z. E.

3456	
6789	0
1234	0
2345	
13824	

„Der

„Der Grund der zweyten und leichtern Probe ist, „daß in Aufgabe und Facit einerley Einheiten seyn „müßen.

Wie unzuverläßig dieselbe ist, mag nur folgendes dienen. Wenn z. B. in der Summe statt 24 — zur rechten Hand 42 — oder statt der 13 zur linken Hand 31 gesetzt wäre, so träfe die Probe, weil in Aufgabe und Summe einerley Einheiten sind, und die Summe bliebe immer falsch. Man vermeide daher dergleichen schlüpfrige Proben; so wie man überhaupt von den Proben der Addition nicht viel hält, da die sichern schon zu weitläuftig sind.

II. Bey der Subtraction addire man den Rest und den Subtractor; die Summe muß die Größe des Subtrahendus angeben. Zum Exempel.

	2.3.4.5.6.7.8	
ziehe ab	987989	zusammen addirt.
bleibt Rest	1357689	
kommt wieder	2345678	

III. Bey der Multiplication dividirt man das Produkt durch den Multiplicator, so ergiebt der Quotient die Größe des Multiplicandus; oder dividiret das Produkt durch den Multiplicandus, so muß der Quotient mit der Größe des Multiplicators einerley seyn. Als:

	Probe.	Zweyte Probe.
456 × 4	4 : 1824	456 : 1824
1824 Produkt.	456 Quot.	4 Quot.

IV. Die Richtigkeit des Quotienten aus der Division zeigt sich durch die Multiplication, wenn ich den Quotienten mit dem Divisor vermehre; dadurch erhalte ich den Di-

videndus

videndus zum Produkt. Stehet beym Quotienten noch ein Rest, so wird solcher zu dem Produkt addirt. Als:

Probe.

$$4 : \frac{1826}{456\frac{2}{4}} \text{ Quot.} \qquad \begin{array}{r} 456 \times 4 \\ \hline 1824 \\ 2 + \\ \hline 1826 \end{array}$$

Von den Vortheilen bey den vier Species.

Nur diejenigen sind wahre Vortheile, wenn man ohne zu große Anstrengung des Kopfs und mit Zahlenersparung, auf eine leichte und kurze Weise, die gesuchte Zahl oder Größe erhält.

Daher sind die in der Addition und Subtraction bekannten Vortheile von zu geringer Bedeutung, und beruhen zu sehr auf Uebung, als daß sie zu dem Plan dieses Rechenbuchs gehörten. Einige bekannte Vortheile in der Multiplication und Division aber sind allerdings zu wichtig, und zu empfehlenswerth, als daß man sie übergehen sollte.

Folgende in der Multiplication sind vorzüglich zu empfehlen.

I. Wenn der Multiplicator sich in 100, 1000, 10000 u. s. w. aufheben läßt, daß eine einzelne Zahl zum Quotienten kommt, so denkt man sich so viel Nullen zu dem Multiplicandus, als die Summe bey sich hat, worinn der Multiplicator aufgeht, und dividirt solchen mit der herausgekommenen Unität. Als:

4 : 4975 . . ⋊ 25 ist der 4te Theil
dividirt durch den 4ten 124375 aus Hundert.
Theil.

Es ist der Multiplicator 25 in 100 4 mal enthalten. Die neben dem Multiplicator stehenden 2 Punkte, denke man sich als Nullen, wodurch der Multiplicandus 100fach vervielfältigt war, dieser ist durch Division mit 4 getheilt, wodurch das 25fache Produkt der Aufgabe entstanden ist.

8 : 4975 . . . ⋊ 125
621875

125 ist der 8te Theil aus 1000, durch die statt Nullen bemerkte 3 Punkte ist der Multiplicator mit 8 mal 125 oder 1000 vermehrt; da indessen dieses Produkt durch 8 wieder dividirt ist, so folgt, daß 125 mal 4975 mit 1000 mal 4975 durch 8 getheilt, gleich sind.

Unter diese Anweisung gehören auch folgende Aufgaben, wenn der Muleiplicator von mehrern Zahlen, in eine größere angewachsene Summe, die aus einer bedeutenden Zahl und mehrern Nullen bestehet, sich aufheben läßt. Als:

7806 ⋊ 225
70524 . . ⋊ 9 das 900fache.
4 : 1763100 das 225 fache.

Weil 225 in 900 4mal enthalten ist, so wurde der Multiplicandus mit 900 vermehrt, und das Produkt durch 4 dividirt, davon der Quotient dem Produkt, von 225 mal multiplicirt, gleich kam.

Für diejenigen, welche noch nicht hinlängliche Uebung haben, sogleich zu übersehen, wie ein Divisor sich zu einer größern Zahl verhält, oder wie vielmal er darinnen enthalten ist, kann folgende Tabelle dienen.

Aus

Aus	10	20	30	40	50	60	70	80
ist $\frac{1}{2}$	5	10	15	20	25	30	35	40
: $\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{3}$	$6\frac{2}{3}$	10	$13\frac{1}{3}$	$16\frac{2}{3}$	20	$23\frac{1}{3}$	$26\frac{2}{3}$
: $\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	5	$7\frac{1}{2}$	10	$12\frac{1}{2}$	15	$17\frac{1}{2}$	20
: $\frac{1}{5}$	2	4	6	8	10	12	14	16
: $\frac{1}{6}$	$1\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$	5	$6\frac{2}{3}$	$8\frac{1}{3}$	10	$11\frac{2}{3}$	$13\frac{1}{3}$
: $\frac{1}{7}$	$1\frac{3}{7}$	$2\frac{6}{7}$	$4\frac{2}{7}$	$5\frac{5}{7}$	$7\frac{1}{7}$	$8\frac{4}{7}$	10	$11\frac{3}{7}$
: $\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	5	$6\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$	$8\frac{3}{4}$	10
: $\frac{1}{9}$	$1\frac{1}{9}$	$2\frac{2}{9}$	$3\frac{1}{3}$	$4\frac{4}{9}$	$5\frac{5}{9}$	$6\frac{2}{3}$	$7\frac{7}{9}$	$8\frac{8}{9}$
: $\frac{1}{11}$	$\frac{10}{11}$	$1\frac{9}{11}$	$2\frac{8}{11}$	$3\frac{7}{11}$	$4\frac{6}{11}$	$5\frac{5}{11}$	$6\frac{4}{11}$	$7\frac{3}{11}$

Aus	90	100	110	200	300	400	500	600
ist $\frac{1}{2}$	45	50	55	100	150	200	250	300
: $\frac{1}{3}$	30	$33\frac{1}{3}$	$36\frac{2}{3}$	$66\frac{2}{3}$	100	$133\frac{1}{3}$	$166\frac{2}{3}$	200
: $\frac{1}{4}$	$22\frac{1}{2}$	25	$27\frac{1}{2}$	50	75	100	125	150
: $\frac{1}{5}$	18	20	22	40	60	80	100	120
: $\frac{1}{6}$	15	$16\frac{2}{3}$	$18\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$	50	$66\frac{2}{3}$	$83\frac{1}{3}$	100
: $\frac{1}{7}$	$12\frac{6}{7}$	$14\frac{2}{7}$	$15\frac{5}{7}$	$28\frac{4}{7}$	$42\frac{6}{7}$	$57\frac{1}{7}$	$71\frac{3}{7}$	$85\frac{5}{7}$
: $\frac{1}{8}$	$11\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{2}$	$13\frac{3}{4}$	25	$37\frac{1}{2}$	50	$62\frac{1}{2}$	75
: $\frac{1}{9}$	10	$11\frac{1}{9}$	$12\frac{2}{9}$	$22\frac{2}{9}$	$33\frac{1}{3}$	$44\frac{4}{9}$	$55\frac{5}{9}$	$66\frac{2}{3}$
: $\frac{1}{11}$	$8\frac{2}{11}$	$9\frac{1}{11}$	10	$18\frac{2}{11}$	$27\frac{3}{11}$	$36\frac{4}{11}$	$45\frac{5}{11}$	$54\frac{6}{11}$

Aus	700	800	900	1000	1100	2000	3000	4000
ist $\frac{1}{2}$	350	400	450	500	550	1000	1500	2000
: $\frac{1}{3}$	$233\frac{1}{3}$	$266\frac{2}{3}$	300	$333\frac{1}{3}$	$366\frac{2}{3}$	$666\frac{2}{3}$	1000	$1333\frac{1}{3}$
: $\frac{1}{4}$	175	200	225	250	275	500	750	1000
: $\frac{1}{5}$	140	160	180	200	220	400	600	800
: $\frac{1}{6}$	$116\frac{2}{3}$	$133\frac{1}{3}$	150	$166\frac{2}{3}$	$183\frac{1}{3}$	$333\frac{1}{3}$	500	$666\frac{2}{3}$
: $\frac{1}{7}$	100	$114\frac{2}{7}$	$128\frac{4}{7}$	$142\frac{6}{7}$	$157\frac{1}{7}$	$285\frac{5}{7}$	$428\frac{4}{7}$	$571\frac{3}{7}$
: $\frac{1}{8}$	$87\frac{1}{2}$	100	$112\frac{1}{2}$	125	$137\frac{1}{2}$	250	375	500
: $\frac{1}{9}$	$77\frac{7}{9}$	$88\frac{8}{9}$	100	$111\frac{1}{9}$	$122\frac{2}{9}$	$222\frac{2}{9}$	$333\frac{1}{3}$	$444\frac{4}{9}$
: $\frac{1}{11}$	$63\frac{7}{11}$	$72\frac{8}{11}$	$81\frac{9}{11}$	$90\frac{10}{11}$	100	$181\frac{9}{11}$	$272\frac{8}{11}$	$363\frac{7}{11}$

Aus	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	100000
ist $\frac{1}{2}$	2500	3000	3500	4000	4500	5000	5500	50000
= $\frac{1}{3}$	$1666\frac{2}{3}$	2000	$2333\frac{1}{3}$	$2666\frac{2}{3}$	3000	$3333\frac{1}{3}$	$3666\frac{2}{3}$	$33333\frac{1}{3}$
= $\frac{1}{4}$	1250	1500	1750	2000	2250	2500	2750	25000
= $\frac{1}{5}$	1000	1200	1400	1600	1800	2000	2200	20000
= $\frac{1}{6}$	$833\frac{1}{3}$	1000	$1166\frac{2}{3}$	$1333\frac{1}{3}$	1500	$1666\frac{2}{3}$	$1833\frac{1}{3}$	$16666\frac{2}{3}$
= $\frac{1}{7}$	$714\frac{2}{7}$	$857\frac{1}{7}$	1000	$1142\frac{6}{7}$	$1285\frac{5}{7}$	$1428\frac{4}{7}$	$1571\frac{3}{7}$	$14285\frac{5}{7}$
= $\frac{1}{8}$	625	750	875	1000	1125	1250	1375	12500
= $\frac{1}{9}$	$555\frac{5}{9}$	$666\frac{2}{3}$	$777\frac{7}{9}$	$888\frac{8}{9}$	1000	$1111\frac{1}{9}$	$1222\frac{2}{9}$	$11111\frac{1}{9}$
= $\frac{1}{11}$	$454\frac{6}{11}$	$545\frac{5}{11}$	$636\frac{4}{11}$	$727\frac{3}{11}$	$818\frac{2}{11}$	$909\frac{1}{11}$	1000	$9090\frac{10}{11}$

Zum Beyspiel: $33\frac{1}{3}$ ist der Multiplicator, so findet man in der Tabelle, daß er der 3te Theil aus 100 ist, folglich der Multiplicandus mit 100, durch die Gedanken-Nullen, vermehrt, und durch 3 getheilt werden muß.

Oder: es soll mit 275 multipliciret werden; dieses ist der 4te Theil aus 1100; man vermehre also damit den Multiplicandus, und theile das Produkt durch 4.

Der Nutzen dieser Tabelle wird noch einleuchtender, wenn der Lehrling mit der Bruchrechnung bekannt wird.

II. Bestehet der Multiplicator aus 3 Zahlen, wo die beyden ersten zur linken Hand, oder die beyden letzten zur rechten Hand, in Hundert aufgehen, so verfahre man folgendermaaßen.

	3913..	× 425
	15652..	das 400fache.
Durch 4 den Multiplicandus	.	
getheilt, den man durch 2	.	
gedachte Nullen 100fach	.	
vermehrt hat.	97825	das 25fache.
	1663025	

Hier

Hier konnten, bey der Multiplication des 400fachen, dem daraus entstandenen Produkt noch 2 Nullen angehängt werden; da man sich aber solche beym Multiplicator dachte, und ihn durch 4 theilte, wodurch das 25fache Produkt entstand, so vertraten die beyden letzten Zahlen dieses 25fachen Produkts die Stelle des Zeheners und der Einheit, und auch ohne angehängte Nullen war das erste Produkt 400mal vermehrt.

Exempel zur Uebung.

8)	4426... ×	9125
	553250	das 125fache.
	39834...	das 9000fache.
	40387250	das 9125fache.

8)	154486.... ×	71259
	1081402....	das 70000fache.
	193107500	das 1250fache.
	1390374	das 9fache.
	11008517874	das 71259fache.

III. Wenn von 3 Zahlen des Multiplicators die vorderste sich in den beyden zur rechten Hand, oder die Hinterste in den beyden vordern zur linken Hand, aufheben läßt, oder in einem größern Multiplicator drey neben einander stehende solche Zahlen, in der bemerkten Eigenschaft, sich befinden. Z. B. Der Multiplicator wäre 567, so zerfällt man solchen in 7 und 560, weil letzte Summe aus 7 mal 8 mal 10, das ist 7 × 80, besteht, vermehrt den Multiplicandus mit der Unität 7, und das daraus entstandene Produkt mit 80, und summirt beyde Produkte, wodurch man das Hauptprodukt erhält. z. E.

3589 × 567
25123 das 7fache.
200984 das 7 mal 80, d. i. das 560fache.
2034963 das 567fache.

Durch die Unität 7 ergab sich das erste Produkt. Dieses nun 8mal vermehrt und in die Stelle der Zehener gerückt, muß das nemliche Faktum hervor bringen, als wäre der Multiplicandus 560mal vermehrt.

Das Einrücken des zweyten Produkts vermehrt gleich einer Nulle 10fach, folglich war durch diese Behandlung die aufgegebene Summe 560mal, und mit Zurechnung des aus der Einheit entstandenen Produkts 567 mal multiplicirt. Wenn aber der Multiplicator 756 wäre, so müßte es also kommen.

3589 × 756
25123.. das 700fache.
200984 das 7 mal 8, d. i. das 56fache.
2713284 das 756fache.

Weil die 7 hier in der Stelle der Hunderte steht, und folglich durch die Multiplication das 700fache erlangt wird, so muß das 8 mal 7fache um 2 Stellen nach der Rechten und folglich in die Stelle der Einer gerückt werden.

Exempel zur Uebung.

47936 × 248
383488 das 8fache.
1150464. das 8 mal 30fache.
11888128 das 248fache.

47936 × 824
383488.. das 800fache.
1150464 das 8 mal 3fache.
39499264

43972 × 9856

395748 das 9000fache.
351776.. das 800fache.
2462432 das 8 mal 7fache.

433388032 das 9856fache.

43972 × 9568

351776 das 8fache.
2462432. das 8 mal 70, oder 560fache.
395748... das 9000fache.

420724096 das 9568fache.

24783 das 1fache × 11771.
272613... das 11000fache.
1908291. das 11mal 7fache.

291720693

24783 das 10000fache × 17711.
272613 das 11fache.
1908291.. das 11mal 700fache.

438931713

Wer nun die Erklärung des ersten und zweyten Exempels wohl gefaßt hat, der wird die Behandlung und Ursachen der übrigen vollkommen einsehen.

IV. Wenn der erste und dritte Fall zugleich eintreten, als:

249768..... × 25832

4) 62442..... das 25009fache.
1998144.. das 809fache.
7992576 das 32fache.

6452006976 das 25832fache.

Bey

Bey der ersten Abtheilung dieser Vortheile ist die Behandlung gezeigt, wie durch die Division mit der 4, nachdem man sich zu dem Multiplicandus 2 Nullen gedacht hat, das 25fache Produkt entstehet. Hier ist 25000 aus 100000 der vierte Theil, daher bey vorstehendem Exempel 5 Nullen angenommen werden mußten, um durch die Division mit der 4 das 25fache Produkt zu erhalten. Die achtfach vermehrte Aufgabe erhielt, durch Ausrückung von 3 Zahlen zur rechten Hand, die 800fache Vervielfältigung, und um das 32fache Produkt des Multiplicandus zu erhalten, bedurfte es nur die 4fache Vermehrung des aus der Multiplication mit der 8 entstandenen Produkts, und dessen Ausrückung um 2 Zahlen zur rechten Hand.

V. Bestehet der Multiplicator aus solchen Zahlen, die nahe an 100, 1000, 10000 u. s. w. gränzen, daß die Differenz nur eine Unität betrift, so denkt man sich zum Multiplicandus so viel Nullen, als der Multiplicator haben würde, wenn die Differenz dazu gerechnet wäre; multiplicirt mit der Differenz den Multiplicandus, und ziehet das gekommene Produkt, so aus der Unität entspringt, von dem durch die Nullen vergrößerten Multiplicandus ab. Als:

3469..	⋊ 99	ist 100 ÷ 1
3469		
343431	das 99fache.	

Es ist nemlich die Aufgabe durch Bemerkung der beyden Punkte 100fach vervielfältiget, folglich um einen einfachen Werth zu viel vermehrt; weil nun hiervon der einfache Werth des Multiplicandus abgezogen ist, so ergiebt sich dadurch das 99fache Produkt dieser Aufgabe.

Geübte Rechner haben den einfachen Werth besonders unterzusetzen nicht nöthig; sondern ziehen solchen gleich ab, als:

3469..	⋊	100 ÷ 1
343431		

Be-

Betrift der Unterschied größere Einheiten. z. B.

3469...	⋈ 992	ist 1000 ÷ 8
27752	÷	das 8fache.
3441248		das 992fache.

Nemlich, die aufgegebene Größe ist zwar durch die 3 Punkte 1000fach multiplicirt, folglich um 8 mal mehr, als der Multiplicator angab. Der Abzug des 8fachen Produkts aber gab das richtige Produkt einer 992fachen Vervielfältigung an.

Zu dieser Abtheilung gehört auch der Fall, wo der Multiplicator nahe an eine solche Zahl gränzt, die aus einer größern bedeutenden Zahl und dahinter befindlichen Nullen besteht, als:

3796	⋈ 398	ist 400 ÷ 2
15184..		das 400fache.
7592	÷	das 2fache.
1510808		das 398fache.

Bey dieser, so wie bey der vorhergehenden Aufgabe, wird der etwas geübte Rechner das aus der Unität enstandene Produkt, ohne vorherige Untersetzung, abziehen können.

Exempel zur Uebung.

4238	⋈ 5930	ist 6000 ÷ 70
25428...		das 600fache.
296660	÷	das 70fache.
25131340		das 5930fache,
÷ 3487	⋈ 249	ist 250 ÷ 1
871750		das 250fache.
868263		das 249fache.

Hier ist der 250fache Werth, als der vierte Theil aus dem 1000fachen genommen; wie die zweyte Zahlenreihe

lenreihe zeigt, und das einfache Produkt des Multiplicandus alsdann abgezogen.

Herr von Clausberg hat folgendes Exempel in seinen Vortheilen von der Multiplication.

	234567891987	mit	1251199777	
8)	29320986498375	das	125	fache
	2580246811857	das	11	fache
	234098756203026 ..	das	998 ..	fache
	18061727682999	das	77	fache
	293491317602283685599		1251199877	fache

Hiermit soll die Abhandlung der Vortheile in der Multiplication sich endigen. Die in diesen Abschnitten gezeigten Fälle, und wie dabey verfahren werden muß, geben dem Rechnung-Dillettanten Stoff genug, jede Aufgabe zu prüfen und nicht allein die ihm bekannten Vortheile anzubringen, sondern erwecken in ihm auch andere Ideen, zu leichter und kurzer Behandlung der vorkommenden Aufgaben.

Von den Vortheilen der Division.

In der Division sind oft Vortheile mit eben dem Nutzen anzuwenden, als sie in der Multiplication anzubringen sind, und zwar

I. Wenn der Divisor in einer geraden Zahl, als 10, 100, 1000 u. s. f. aufgehet, daß der Quotient eine Unität beträgt.

Man multiplicirt den Dividendus durch diese Unität, und dividirt mit der Größe, woraus er genommen ist. z. B.

25 in 43795 (4
Quotient 1751 | $\frac{80}{100}$ Rest.

Der Dividendus wurde mit 4 vermehrt, folglich muste er durch eine vierfache Größe wieder getheilt werden, und diese Theilung wurde durch eine vierfache Vergrößerung des Divisors bewürkt, der aus 25 nun 100 wurde.

Nullen dividiren nie, sondern blos die bedeutende Zahl; daher der Strich zur Rechten nächst den beyden letzten Zahlen, solche von dem Produkt trennte, wodurch die Zahlen zur Linken des Strichs den Quotienten, und die Zahlen zur Rechten den Rest angaben.

Exempel zur Uebung.

125 : 68973 × 8

551 | $\frac{784}{1000}$ Rest.

II. Wenn aber der Divisor ein Theil aus einer Größe ist, die zur Linken eine größere Unität als 1 hat, so wird mit diesem Theile multiplicirt, und durch die bedeutende Zahl das Produkt dividirt, nachdem man zur Rechten so viel Zahlen abgeschnitten hat, als der vermehrte Divisor Nullen haben muste. Z. B.

225 : 3751047 (4 :

900) 15004188 → 150041 | 88

16671 | 2 Rest $\frac{288}{900}$ $\frac{72}{225}$

Da 225 der vierte Theil aus 900 ist, so wurde der Dividendus mit 4 vermehrt, und mit 900 dividirt, wodurch der richtige Quotient zum Vorschein kam; und da der übriggebliebene Rest viermal so groß ist, als er seyn sollte, wenn durch den gewöhnlichen Weg mit 225 dividirt worden wäre, so theile man diesen Rest durch die Zahl, womit der Divisor vergrößert worden ist.

III. Einen Dividendus durch einen Divisor zu theilen, dessen Differenz an 100, 200 u. s. w. ein bequemer Theil des Divisors ist.

Mit diesem Differenztheile dividirt man den Dividendus und addirt ihn mit dem Quotienten; die Summe theilt man dann durch die Größe, so der Divisor und der daraus genommene Theil zusammen ausmachen. Als:

75 in 268425.

Der Divisor ist um 25 kleiner als 100, und 25 ist aus 75 der dritte Theil.

```
     3 :  268425     hierzu den 3ten Theil addirt.
           89475 +
         --------
100)     3579|00     Quotient.
```

Der Dividendus ist um ein Drittheil vermehrt, folglich muste der Divisor auch um so viel vermehrt werden, wenn durch Zurechnung des 3ten Theils die entstandene Summe den nemlichen Quotienten geben sollte, als der Dividendus durch den ersten Divisor.

Aufgaben zur Uebung.

```
                  875 :      83124643
1000 ÷ 125 ist der       7)  11874949  +
                             ---------
          Quotient           94999|592/1000
```

Auf eben diese Weise kann man verfahren, wenn der Divisor nahe an einer angewachsenen Ziffer ist. Z. E.

```
          175          695275
ist 200 ÷ 25     7)     99325
                    ---------
                       7946|00
         2|00)         3973| Quotient.
```

	375		8805417
ist 500 ÷	125 oder	3)	2935139 +
$\frac{1}{3}$ aus	375		117405 | $\frac{56}{500}$ Quotient.
		500)	23481 |

IV. Der Vortheil, wenn mit einem solchen Divisor getheilt werden soll, der so nahe an 1000 oder 10000 u. s. w. ist, daß die Differenz nur eine Unität beträgt, findet nur bey einem ansehnlichen Divisor mit Vortheil statt. Als:

9994 :	997643	2509	
	598	5858	
		3588	
Quotient	998242	1955	
		6	die Differenz.
		1961	Rest.

Die Verfahrungart ist folgende. — Man denkt sich den Divisor von der Größe, die er durch die Differenz erhalten würde, schneidet so viel Zahlen, als er durch die Differenz Nullen bekommt: von dem Dividendus zur rechten Hand ab, das Quantum zur Linken ist der Quotient; diesen vermehrt man durch die Differenz, und rückt das Produkt zur rechten Hand aus, und zwar fängt man unter den getrennten Zahlen damit an, schneidet von diesem Produkt wieder so viel Zahlen, als Nullen, ab, und multiplicirt damit wieder den Quotienten auf vorige Art. Hiernächst summirt man sämtliche Posten. Diejenige Zahl, so in der Addition bey der Abtheilung zur folgenden addirt werden muß, bemerkt man sich, und wenn die ganze Summation beendigt ist, so addirt man die Differenz des Divisors zu dem Rest, woraus der Quotient mit dem ganzen Rest entsteht.

Diese Verfahrungart ist zwar angeführt, aber nicht sehr zu empfehlen, weil sie etwas verworren ist, und man gegen die in der Division gezeigte praktische Methode zu wenig erspart.

Von

Von den benannten ganzen Zahlen.

Benannte Zahlen sind solche, bey welchen der Name der Dinge, deren Anzahl sie bestimmen, ausgedrückt ist. Diese Dinge mögen bestehen in würklichen oder fingirten Münzen, Maaßen, von Körpern oder flüßigen Sachen, Gewichten, oder zählenden Dingen.

Alle theilbare Dinge enthalten eine bestimmte Anzahl kleiner Theile, die, zusammen genommen, den Werth des Ganzen ausmachen. Jeder dieser Theile ist wieder für sich ein Ganzes, und besteht ebenfals aus einer bestimmten Anzahl noch kleinerer Theile, die mit ihren fernern Abtheilungen die nemliche Eigenschaft haben, als das Ganze, woraus sie entspringen.

So enthält z. B.

1 Wispel 24 Scheffel, 1 Scheffel 4 Viertel, und 1 Viertel 4 Metzen.

24 Scheffel sind also gleich : : 1 Wispel.

4 mal 24 Viertel oder 96 Viert. : : 1 Wispel.

4 mal 4 mal 24 Metzen oder 384 Metz. : : 1 Wispel.

Um in der Abhandlung der vier Species dieser Rechnungabtheilung kurz und deutlich zu werden, sollen folgende Erklärungen und Bemerkungen voraus gehen.

I. Eine aufgegebene Summe benannter Zahlen in ihre kleinsten geraden Theile auflösen, heißt resolviren und umgekehrt —

II. Eine aufgegebene Summe benannter Zahlen, welche kleinere Bestandtheile eines Ganzen sind, zu diesem Ganzen zu bilden, heißt reduciren.

Diese

Diese beyden Unterschiede sollen durch folgende Beyspiele erläutert werden.

I. Resolutio.

Wo eine aufgegebene Summme benannter Zahlen in ihre kleinsten geraden Theile aufgelöst werden soll. Als:

```
  72 Rthl. 18 gr. 3 pf. wie viel sinds Pfennige?
  ――――――(4
  288
 ―――――――(6
 1746   Groschen 3 Pfennige.
 ―――――――(12
20955 ... Pfennige.
```

Weil ein Thaler, als das Ganze, aus 24 gr. bestehet; so müßen 72 Rthl. 24 mal 72 gr. gleich seyn; deshalb wurden die 72 Rthl. mit 24 durch Zerstreuung mit 4 × 6 vermehrt, und hierzu wurden diejenigen 18 gr. als die kleinere Sorte des Ganzen, (welches in diesem Fall Thaler sind) dazu gerechnet; woraus die 1746 gr. entstanden. Es versteht sich aber, daß diese 18 gr. nicht bey dem ersten Zerfällungtheile, als der 4, dazu genommen werden können, weil das gekommene Produkt 6 gr. Stücke sind, und erst, durch Vermehrung der 6, einzelne Groschen werden. Ein Groschen besteht aus 12 pf.; um die Anzahl dieser kleinsten Sorte aus 1746 Groschen zu wissen, müssen diese durch 12 vermehret, und die in der Aufgabe stehende 3 pf. dazu gerechnet werden.

Es ergiebt sich aus vorstehendem Exempel also: daß

72 Rthl. 18 gr. 3 pf. — 20955 Pfennige enthalten, oder, daß
72 Rthl. 18 gr. 3 pf. gleich sind 1746 gr. 3 pf. oder — 20955 pf.

Exempel

Exempel zur Uebung.

1 C. hat 110 ℔. 1 ℔. hat 32 Loth — 1 Loth hat 4 Quent. wie viel sind 7 C. 34 ℔. 13 Loth 2 Quentl. an Quentch?

```
   804 (110
       (4   ℔.
  3216
       (8
 25741      Loth
       (4
102966      Quentchen.
```

Oder: 16 Wisp. 19 Scheffel 3 Viert. 1 Metze — Metzen.

```
  64 (4
 403 (6 Scheffel
1615 (4 Viertel
6461 (4 Metzen.
```

II. Reductio.

Wo eine aufgegebene Summme benannter Zahlen, welche kleinere Bestandtheile eines Ganzen sind, zu diesem Ganzen gebildet werden sollen. Als:

```
      487964  Loth: wie viel sind es C. ℔. und Loth?
  4)  121991
  8)  152468    7 Rest; diese 7 so 4 Lothstück sind mit
                    4 vermehrt kommen 28 Loth.
110)  138 C.    68 ℔. 28 Lo.
```

Es wurden durch Division mit 32 oder 4 ⋈ 8 die Lothe zu Pfunden reducirt, woraus 15248 ℔. und 7—4 Loth Stück, (die zu einzelnen Lothen gemacht 28 Loth gaben) zum Quotienten entstanden. Diese Pfunde wurden durch Theilung mit 110 zu Centner reducirt; welches den Quotienten von 138 C. 68 ℔. angab, zu welchem die aus der ganzen Summe übrig gebliebenen 4mal 7 d. i. 28 Loth noch zuge-

fügt werden mußten, weil sie einen Theil der ganzen Aufgabe ausmachen.

Exempel zur Uebung.

Wenn in England 1 Lv. Sterling 20 ß. Sterl., und 1 ß. 12 Pfennige Sterl. hat, wie viel Lv. Sterling betragen . . . . 697542 ₰. Sterl.

3) 232514
4) 58128 ß. 6 ₰. Sterl.
20) 2906 Lv. 8 ß. 6 ₰. Sterling.

1 Ballen Schreibpapier hat 10 Rieß, 1 Rieß 20 Buch, 1 Buch 24 Bogen; was betragen daher
547896 Bogen an Ballen?

4) 136974
6) 22829
20) 1141 9 Buch
10) 114 Ballen 1 Rieß 9 Buch.

In Hamburg hat 1 Rthl. 3 mk., 1 mk. 16 ß., 1 ß. 12 ₰. wie viel Hamburger Rthl. betragen
43798468 ₰.?

12: 3) 14599489 1 ₰.
4) 3649872 ß. 4 ₰.
4) 912468
4) 228117 mk. — ß. 4 ₰.
3) 76039 Rthl. — mk. — ß. 4 ₰.

Diese Summe wurde durch 12 zu Schillingen, die Schillinge durch 16 zu Mark und diese durch 3 zu Thalern reducirt. Bey der ersten Summe blieb 1 Pfennig übrig, welchen man dem Quotienten zur Seite setzt; der Quotient selbst

selbst bestand aus 3 Pf. Stücken, und da, durch die 2te Zahl dividirt, 1 Dreypfennigstück übrig blieb, so wurde der zur Seite stehende Pfennig dazu addirt, woher die 4 Pf. entstanden.

1 Holländischer Gulden hat 20 Stüber, 1 Stüber 16 Pfennige holländisch, wie viel holländ. fl. betragen

129867 S. holländisch?

4) 32466 . 3

4) 8116 Stüber 11 Pf.

20) 405 fl. 16 Str. 11 S. holländ.

Additio

in benannten ganzen Zahlen.

Die hieher gehörigen Aufgaben bestehen in benannten Größen, und in den aus deren Ganzem entspringenden kleinern Theilen und deren Unterabtheilungen.

Nur solche Summen können mit einander summirt werden, wo die Namen der Dinge, welche addirt werden sollen, einander ganz gleich sind; folglich können, wie bey der Addition in unbenannten Zahlen, S. 5 schon gesagt ist, nicht Münzen von ganz verschiedenem Werth, als Thaler mit Gulden, Mark, Rubeln ꝛc. und noch weniger mit einer Anzahl Gewicht, Maaße oder zählenden Dingen zusammengezählt, sondern nur eine jede Sorte besonders addiret werden. Es sind hierbey folgende Regeln zu merken.

I. Alle Summen, die zu einer jeden Sorte dieser Dinge gehören, müssen unter die, einer jeden angewiesenen, Columne gesetzt werden.

II. Jede dieser Columnen wird hierauf besonders summirt, und fängt man allemal bey den kleinsten Theilen aus dem ursprünglich Ganzen an.

III. Die daraus entstandene Summe wird zu dem nächstfolgenden Theil reducirt, das Ueberbliebene unter den kleinsten Theil gesetzt, und die aus der Reduction entstandenen größern Theile zu der folgenden Sorte größerer Theile summirt, und damit bis zum Ganzen fortgefahren. Als:

A. in Magdeburg hat zu empfangen.

	57	Rthl.	12	Gr.	9	Pf.
	125	=	17	=	3	=
	97	=	22	=	8	=
	179	=	14	=	7	=
	65	=	13	=	5	=
	486	=	7	=	9	=
Summe	1012	Rthl.	16	Gr.	5	Pf.

Aus den kleinsten Theilen, welches hier die Pfennige sind, erhielt man 41, durch die Reduction 3 Gr. 5 Pf. Diese lezten wurden unter die Sorte der Pfennige gesetzt, und die 3 Gr. zu den übrigen Groschen gezählt; die daraus entstandenen 88 Gr. vermittelst der Reduction durch 24 zu Thalern gebildet, die 3 Rthl. 16 Gr. in sich fassen, wovon die Groschen unter ihre Rubrik (zugetheilte Stelle) gesetzt, und die 3 Rthl. zu den Thalern als dem ursprünglich Ganzen addirt.

Exempel zur Uebung.

Vom Getraidemaaß.

1 Wispel hat 24 Scheffel, 1 Scheffel 4 Viertel, 1 Viertel 4 Metzen, und 1 Metze 4 Mäschen. Wie viel beträgt von folgenden Getraide die Summe?

	5 Wispel,	19 Schfl.	3 Viert.	2 Metzen,	3 Mäsch.
	19 ；	14 ；	2 ；	1 ；	2 ；
	13 ；	21 ；	3 ；	3 ；	1 ；
	9 ；	13 ；	1 ；	2 ；	3 ；
	21 ；	9 ；	3 ；	2 ；	1 ；
	18 ；	17 ；	3 ；	3 ；	3 ；
Sum.	89 Wispel,	1 Schfl.	3 Viert.	— Metze	1 Mäsch.

Vom Weinmaaß.

1 Fuder hat 4 Orthof, 1 Orthof hat 3 Eimer, 1 Eimer 2 Anker, 1 Anker 32 Quart, 1 Quart 2 Nößel.

In einem Weinkeller liegen 5 große Weinfäßer, davon enthalten No. 1 bis 5 wie folgt; wie viel enthalten alle 5 Faß zusammen?

No. 1. enthält	5 Fud.	3 Orth.	2 Eim.	1 Anker	25 Qrt.	1 Nß.
No. 2. ；	7 ；	2 ；	1 ；	1 ；	29 ；	1 ；
No. 3. ；	6 ；	3 ；	2 ；	— ；	31 ；	1 ；
No. 4. ；	2 ；	1 ；	1 ；	1 ；	17 ；	1 ；
No. 5. ；	9 ；	3 ；	2 ；	1 ；	27 ；	— ；
Summe	33 Fud.	— Orth.	— Eim.	— Ank.	3 Qrt.	— Nß.

Vom Leipziger Biermaaß.

1 Kufe hat 2 Faß, oder 3 Viertel, 1 Faß 3 Tonnen, 1 Tonne hat 4 Oehmchen, 1 Oehmchen 24 Quart, 1 Quart 2 Nößel: was betragen in Summe

7 Kufen	1 Faß	2 Tonnen	3 Oehmchen	23 Quart	1 Nößel.
8 ；	1 ；	2 ；	2 ；	17 ；	1 ；
5 ；	1 ；	— ；	3 ；	21 ；	— ；
6 ；	— ；	2 ；	1 ；	14 ；	1 ；
3 ；	1 ；	2 ；	3 ；	19 ；	1 ；
33 Kufen	— Faß	— Tonnen	— Oehmchen	— Quart	— Nößel.

Von

Von der Zeit.

1 Jahr hat 12 Monath, oder 52 Wochen, oder 365 Tage, 1 Monath wird gemeiniglich durchgängig 30 Tage gerechnet. 1 Monath enthält 4 ganze Wochen, 1 Woche hat 7 Tage, 1 Tag 24 Stunden, 1 Stunde 60 Minuten, 1 Minute 60 Secunden, 1 Secunde 60 Tertien.

Was beträgt das Alter von folgenden 4 Personen zusammen?

25	Jahr	9	Monath	25	Tage	18	Stunden	45	Minuten
17	:	8	:	17	:	13	:	21	:
31	:	5	:	29	:	5	:	53	:
13	:	11	:	22	:	23	:	59	:
89	Jahr	—	Monath	5	Tage	13	Stunden	58	Minuten.

Vom Ellenmaaß.

1 Elle hat 2 Fuß oder 24 Zoll, 1 Fuß hat 12 Zoll, 1 Elle hat 2 halbe, oder 4 Viertheile, oder 8 Achtel, oder 16 Sechszehentheile.

Vom Gold- und Silbergewichte.

1 Mark fein Gold hat 24 Karat, 1 Karat 12 Grän.
1 Mark fein Silber hat 16 Loth, 1 Loth hat 18 Grän.

Vom Apothekergewicht.

1 ℔ hat 12 Unzen, 1 Unze (℥j) hat 8 Drachma, 1 Drachma (ʒj) hat 3 Scrupel, 1 Scrupel (℈j) hat 20 Gran.

Von der Schiffsfracht.

Die Größe der Schiffe wird nach Lasten zu 2 Tonnen, a 20 Ctr. a 100 ℔, folglich die Last zu 4000 ℔ gerechnet.

Ein

Ein Schiffpfund hat zur Fracht 3 C oder 20 L℔, 1 L℔ hat 14 ℔.

Von zählenden Gütern.

1 Ballen Schreibpapir hat 10 Rieß, 1 Rieß 20 Buch, 1 Buch 24 Bogen. — (Druckpapier 25 Bogen.)

1 Last hat 12 Tonnen.

1 Schock hat 4 Mandel, oder 60 Stück, 1 Mandel hat 15 Stück.

1 Zimmer hat 4 Decher, oder 40 Stück, 1 Decher hat 10 Stück.

1 Stiege hat 20 Stück.

1 Dutzend hat 12 Stück.

1 Grostausend hat 10 Groshundert, 1 Groshundert 120 Stück.

* * *

Subtractio

in benannten ganzen Zahlen.

Was in der ersten Regel der Addition von der gehörigen Distinction der Dinge, die zu diesem Zwecke dienen, gesagt ist, findet auch hier statt.

Das Ganze, so wie auch die daraus fließenden Theile, erhalten, ihrer Benennung nach, ihre Rubrik.

Man fängt die Subtraction bey der kleinsten Sorte an. Ist der Subtrahendus der, aus dem Ganzen entspringenden, Theile kleiner, als der Subtraktor dieser Art, so borge ich von der nächststehenden größern Sorte ein Ganzes, resolvire es zu der kleinern, wovon ich abziehen soll, addire dazu den Subtrahendus, und ziehe sodann den Subtractor davon ab; die nächststehende Sorte ist durch das

Vor-

Borgen um 1 seiner Größe kleiner geworden, daher ich dessen Innhalt um 1 weniger behandeln muß: wo aber die Sorte des Subtrahendus so groß ist, daß der Subtractor davon abgezogen werden kann, setzt man den Rest, wie bey der Subtraction in unbenannten Zahlen, unter die Linie. Als:

A. soll von 349 Rthl. 13 Gr. 5 Pf.
an B. ÷ 197 Rthl. 15 Gr. 9 Pf. bezahlen, wie viel behält A? Rest 151 Rthl. 21 Gr. 8 Pf.

9 Pf. konnten von 5 nicht abgezogen werden. Man borgte 1 Gr. resolvirte ihn zu 12 mit Zurechnung der 5 des Subtrahendus, 17 Pf. wo nach Abzug 9 Pf. — 8 Pf. Rest blieben. 15 Gr. konnten nicht von den nun gewordenen 12 Gr. abgezogen werden; sie wuchsen aber, durch Zurechnung des geborgten Thalers, zu 24 Gr. resolvirt, zu einer Größe von 36 Gr. wovon 15 Gr. Abzug — 21 Gr. Rest gaben. Der Einer 9 bey der Thalersorte war durch das Borgen 8 geworden, deshalb nach Abzug der 7 nur 1 Rest verblieben, und das übrige Subtractionsverfahren, mit dem in unbenannten Zahlen übereinstimmend war.

Exempel zur Uebung.

Ein Kaufmann hat 17 Ctr. 3 St. 19 ℔. 5 Lth. Waare verkauft davon ÷ 8 Ctr. 4 St. 21 ℔. 6 Lth. wie viel behält er übrig? Rest 8 Ctr. 3 St. 19 ℔. 31 Lth.

Ein Bäcker hat 19 Wispel, 14 Scheffel, 2 Viertel, 1 Metze Weitzen liegen; davon hat er in 10 Wochen, 1 Wispel, 18 Scheffel, 3 Viertel, 2 Metzen gemahlen und verbacken; es fragt sich daher: wie viel er noch übrig habe?

	19 Wispel,	14 Scheffel,	2 Viertel,	1 Metze.
÷	11 "	18 "	3 "	2 "
Rest	7 Wispel,	19 Scheffel,	2 Viertel,	3 Metzen.

Ein

Ein Buchdrucker hat 65 Ballen 7 Rieß 13 Buch, 11 Bogen Druckpapier liegen; er verbraucht davon zu einem Werke 13 Ballen 9 Rieß 15 Buch 21 Bogen; wie viel behält er noch übrig?

	65 Ballen	7 Rieß	13 Buch	11 Bogen
÷	13 "	9 "	15 "	21 "
Rest	51 Ballen	7 Rieß	17 Buch	15 Bogen.

Ein Goldschmidt hat 25 mk. 10 Lo. 9 Gran Silber, verarbeitet davon 13 mk. 13 Lo. 12 Gran; wie viel behält er noch übrig?

	25 mk.	10 Lo.	9 Gran
÷	13 "	13 "	12 "
Rest	11 mk.	12 Lo.	15 Gran.

Multiplicatio

in benannten ganzen Zahlen

Lehret wie man eine gegebene Größe, die aus benannten Ganzen und daraus fließenden benannten Theilen bestehet, durch eine angegebene Größe vermehren soll.

Diese Vermehrung soll sich nur auf kleinere Größen im Multiplicator ausdehnen, weil die Vermehrung mit anwachsenden Größen in der Regel de Tri doch vollständig gezeigt werden muß.

unter

Diese Rechnungart wird folgendermaaßen behandelt. Man vermehrt zuerst die kleinste Sorte mit dem Multiplicator, reducirt das Produkt zur nächsten Sorte, der Rest wird unter die Linie gesetzt; dann wird die nachfolgende Sorte vermehrt, und die aus der Reduktion der kleinern entstandenen hierher gehörigen Sorte zugezählt, wieder zu der nächstfolgendem Größe reducirt, der Rest unter die Linie gesetzt; und so bis zu dem Ganzen fortgefahren. Als:

937 Rthl. 14 gr. 6 pf. mit 7
6563 Rthl. 5 gr. 6 pf. Produkt.

Aus der Multiplication der Pfennige wurde 42 — reducirt — 3 gr. 6 pf. — die 6 pf. unter die Linie — 7mal 14 gr. sind 98 — dazu die aus der Reduction der Pfennige gekommenen 3 gr. — sind 101 gr. — reducirt zu Thaler sind 4 Rthl. 5 gr. der Groschen Rest unter die Linie, nun die Thaler vermehrt, und dazu die aus der Reduction entstandenen 4 Rthl. zugezählt.

Exempel zur Uebung.

14 Wagen haben ein jeder 1 Wispel 16 Scheffel 3 Viertel und 2 Metzen Getraide geladen; wie viel ist auf allen 14 Wagen zusammen gewesen?

1 Wispel 16 Scheffel 3 Viertel 2 Metzen × 14
23 Wispel 20 Scheffel 1 Viertel — Metze.

5 Ball. 4 Rieß 9 Buch 17 Bogen Schreibpapier × 28
21 Ball. 7 Rieß 18 Buch 20 Bogen (4
52 Ball. 5 Rieß 11 Buch 20 Bogen (7

Schwe=

Schwedisch Courant.

	(48)	(12)	
839 Rth. Spec.	42 ß.	10 Rstück	× 6.
5039 Rth. Spec.	17 ß.	— Rstück	

Wiener Courant.

	(60)	(4)	
3549 fl.	52 Xr.	3 δ.	× 8.
28399 fl.	2 Xr.	— δ.	

Venetianische Münzen.

	(20)	(12)	
1328 Lire	17 Soldi	8 Denari	× 9.
11959 Lire	19 Soldi	— Denari.	

Hamburger Courant.

	(16)	(12)	
7364 mk.	14 ß.	8 δ.	× 13.
95743 mk.	14 ß.	8 δ.	

Holländisch Courant.

	(20)	(16)	
1187 fl.	17 Str.	7 δ.	× 27.
3563 fl.	12 Str.	5 δ.	(3
32072 fl.	10 Str.	13 δ.	(9

Braunschweiger Courant.

	(36)	(8)	
579 Rth.	26 Mgr.	5 δ.	× 42.
3478 Rth.	15 Mgr.	6 δ.	(6
24349 Rth.	2 Mgr.	2 δ.	(7

Englische Währung.

(20)	(12)		
173 Lsterl.	17 ß.	8 S. Sterl.	⋊ 56.
1217 Lsterl.	3 ß.	8 S. Sterl.	(7
9737 Lsterl.	9 ß.	4 S. Sterl.	(8

Französische Währung.

(20)	(12)		
539 Livres	11 Sous	7 Deniers tournois	⋊ 64.
4316 Livres	12 Sous	8 Deniers	(8
34533 Livres	1 Sous	4 Deniers tournois	(8

Divisio
in benannten ganzen Zahlen

Lehret die benannten Größen und die daraus fließenden benannten Theile theilen. Auch hier soll die Anweisung durch einzelne Zahlen im Divisor gegeben werden. Im zweyten Hauptpunkte der Regel de Tri folgt die Division durch angewachsene Divisoren.

Wie bey der Division in unbenannten Zahlen von der linken zur rechten Hand getheilt wird, so ist es auch hier. Die Summe der Ganzen wird zuerst getheilt; gehet der Divisor darinn auf, so wird zur nächststehenden kleinern Sorte geschritten; wo aber beym Ganzen ein Rest bleibt, muß solcher zu dem nächsten kleinen Theile resolvirt, und dazu die kleinern Theile gleicher Benennung gezählt, alsdann die daraus kommende Summe durch den Divisor getheilt werden. Auf diese Weise fährt man bis zum Ende fort,

und der alsdann übrigbleibende Rest wird behandelt, wie in der Division Seite 27 und 29 gezeigt ist. Z. B.

9 Personen sollen sich in 542 Rthl. 17 Gr. 4 Pf. theilen, wieviel bekommt jede?

9 : 542 Rthl. 17 Gr. 4 Pf.
60 Rthl. 7 Gr. $3\frac{1}{9}$ Pf. Quotient.

Bey den Thalern bleiben 2 Rest, resolvirt zu Groschen kommen 48, dazu 17 addirt sind 65 Gr. — 9 in 65 Gr. sind 7 Gr, Rest 2 Gr, resolvirt sind 24 Pf, dazu 4 Pf; also macht der Dividendus 28 Pf. — 9 in 28 — 3 Pf. und 1 Rest wird $\frac{1}{9}$.

Jemand stirbt und hinterläßt ein Vermögen von 7569 Rthl 18 Gr; da nun hierzu 18 Erben zu gleichen Theilen gehören, so fragt sichs, wie viel ein jeder bekommt?

18 : 7569 Rthl. 18 Gr.
3) 2523 Rthl. 6 Gr.
6) 420 Rthl. 13 Gr. Quotient.

35 Wagen haben 83 Wispel 17 Scheffel 3 Viertel Getreide geladen; da nun einer so viel als der andere geladen hat, so fragt sichs, wie viel auf jedem Wagen gewesen sind?

35 : 83 Wispel 17 Scheffel 3 Viertel
5) 16 Wispel 17 Scheffel 3 Viertel $3\frac{1}{5}$ Metzen
7) 2 Wispel 9 Scheffel 1 Viertel $2\frac{26}{35}$ Metzen

18 Faß Smirn. Rosinen wiegen zusammen 60 Ctr. 6 ℔. wenn nun alle gleich schwer sind, so wird gefragt, was jedes Fäßchen gewogen?

18: 60 Ctr. 6 ℔.
3) 20 Ctr. 2 ℔.
6) 3 Ctr. 37 ℔.

Ein Buchdrucker druckt ein Buch, wovon die Auflage 1800 Exemplare stark wird, verbraucht dazu 24 Ballen 1 Rieß 4 Buch Druckpapier, wie viel Papier gehört also zu jedem Exemplar?

1800: 24 Ballen 1 Rieß 4 Buch
241 × (10
3) 4824 × (20 Buch
600) 16|08 † 2 Buch } Quotient
4| 17 Bog. }
102|00 × (25 †

Es blieben bey der Division von 600 in 1608 408 Rest. Dieser Rest ist mit 25 zu Bogen resolvirt, und in die daraus gekommene 10200 nochmals mit 600 dividirt.

Einleitung zur Regel de Tri.

Vom Verhältniß oder Proportion.

Zwey Zahlen oder Größen gegen einander vergleichen, heißt: ihr Verhältniß oder ihre Proportion suchen.

Nur diejenigen Dinge haben ein Verhältniß gegen einander, die der Vermehrung oder Verminderung, durch gewisse dazu anwendbare Begriffe, fähig sind.

Es giebt ein arithmetisches und geometrisches Verhältniß. Das erste ist, wenn man von 2 aufgegebenen Größen die Differenz vermittelst der Subtraction sucht, oder, welches einerley ist, wenn man untersucht, wie viel die eine Zahl größer oder kleiner sey, als die andere. Z. B. 5 zu 7 ist die Differenz 2.

Das

Das arithmetische Verhältniß gehört nicht völlig zu dem Plan des ersten Theils dieses Rechenbuchs; es soll also das geometrische Verhältniß vorzüglich abgehandelt werden, in sofern ein deutlicher Begriff von der Regel de Tri, welche dieser Abhandlung folgt, vorher gehen muß.

Dieses geometrische Verhältniß besteht in der Untersuchung, wie oft die eine Größe in der andern enthalten sey. Als 4 in 12 — 3 mal.

Werden daher 2 angegebene Zahlen, wie hier 4 und 12, jede besonders durch einen gleichen Multiplicator vermehrt, oder durch einen gleichen Divisor getheilt; so verhalten sich im ersten Fall die 2 Produkte, und im zweyten Fall die 2 Quotienten, gegen einander, wie die aufgegebene Zahlen.

Man vermehre zum Beyspiel 4 und 12 durch 4, so hat man die Produkte 16 und 48, und 16 zu 48 verhalten sich gegen einander wie 4 zu 12. Oder

man theile 4 und 12 durch 4, so folgen die Quotienten 1 und 3, und diese verhalten sich gegen einander wie 4 zu 12.

Wenn also das Verhältniß zwoer Zahlen angegeben ist, und man aus diesem Verhältniß das unbekannte zu einer angegebnen 3ten Zahl suchen soll, so bilden sich hieraus 3 Glieder. Z. B. wie sich 4 zu 6 verhält, so verhält sich 8 zu der gesuchten unbekannten.

Die 4te Zahl, die nun aus der Berechnung dieser Aufgabe entsteht, heist die Proportionalzahl. Die Behandlung der Aufgabe ist folgende: — Es werden diese 3 Glieder in 3 Sätze geordnet, und zwar heißt es: W i e s i c h v e r h ä l t 4 z u 6, s o s o l l s i c h v e r h a l t e n 8 zu der unbekannten Zahl.

Hiernach formirt das bekannte Verhältniß von 4 zu 6 die beyden vordern Sätze; und die Fragezahl, oder worauf die Frage sich gründet, den hintern Satz. Als
wie sich verhält — zu — so verhält sich

4, 6, — 8 zu —

Die Zahl, worauf die Frage sich gründet, ist die 8 — und muß im 3ten Satz — die Zahl, wozu sich die angegebene Proportion verhält, in der Mitte — und wie sie sich verhält im vordern Satze stehen.

Nun werden die beyden hintern Sätze mit einander multiplicirt und das Produkt durch den vordersten dividirt. Als

4 . . 6 . 8(6

48

4 . . . . 12 die Proportionalzahl.

Das Resultat dieser Aufgabe also ist, wie sich verhält 4 zu 6, so verhält sich 8 zu 12.

Es müssen daher, um die Proportionalzahl zu finden, wenigstens 3 bekannte Zahlen oder Größen angegeben werden.

Indessen können aus 5 und mehrern Verhältnissen eine Proportionalzahl gefunden werden; dergleichen Aufgaben aber gehören in die Kette, welche im 2ten Theile dieses Buchs abgehandelt werden wird.

Ob nun schon in der allgemeinen Regel die beyden hintern Sätze mit einander multiplicirt, und das hieraus entstandene Produkt durch den vordern Satz dividirt werden müssen, so wird doch jeder leicht einsehen, daß die zu suchende Proportionalzahl, durch das Verkleinern der Verhältnisse, zumal bey angewachsenen Größen, die eine geometrische

Pro-

Proportion haben, mit weniger Mühe zu finden ist. Als

wie 4 zu 12 so 8 zu
—— ⤫ 2
24

Hier wurde der erste Satz in dem zweyten dividirt, und mit dem Quotienten der mittlere vermehrt.

Das Verkleinern der Verhältnisse gegen einander erleichtert daher die Ausarbeitungen der Aufgaben, und wird im dritten Hauptpunkt der Regel de Tri praktisch erläutert.

Wie sich eine geringere Zahl zu einer größern verhält, so kann sich eine größere zu einer kleinern verhalten. Z. B. wie sich verhält 6 zu 3, so verhält sich 12 zu 6.

Hier ist der Beweis zwar auch der Quotient, wo aber, wenn die Glieder nach ihrer Berechnungart geordnet sind, als

wie 6 zu 3 so 12 —
— ⤫ 2
zu 6

der zweyte Satz in den ersten, und die Proportionalzahl in den dritten Satz dividiret werden muß. Wenn benannte Zahlen vorkommen, die ein Verhältniß gegen einander haben sollen, so müssen allemal 2 der Dinge, die sie benennen, von einerley Gattung seyn, oder einerley Namen führen. Man kann also, zum Beyspiel, sagen, wie sich verhalten

4 Ellen zu 6 Rthlr. so 8 Ellen
—— ⤫ 2
zu 12 Rthlr.

Der vordere und hintere Satz sind von einerley Gattung, so wie es der zweyte Satz und die Proportionalzahl sind.

Dieses Beyspiel wird, wenn man sich nicht an das Wort Verhältniß binden will, so angegeben werden.

4 Ellen kosten 6 Rthl., wie viel werden 8 Ellen kosten?

Da nun 8 Ellen noch einmal so viel sind als 4 Ellen, so folgt, daß 8 Ellen auch noch einmal so viel Thaler kosten müssen, als 4 Ellen kosteten.

Nur solchen Dingen kann man endlich ein geometrisches Verhältniß beylegen, wo ihre Natur einer solchen Proportion nicht entgegen ist. Z. B.

Es soll ein Brunnen gegraben werden; in 4 Stunden können die Arbeitsleute 4 Fuß tief graben; wie tief können diese Leute in 8 Stunden graben? Hier sind 3 Zahlen gegeben, wovon die 4te gesucht werden soll: als in 4 Stunden 4 Fuß, wie tief in 8 Stunden? Weil aber, je tiefer die Leute kommen, das Auswerfen der Erde langsamer von statten gehet, so ist kein geometrisches Verhältniß in dieser Aufgabe zu finden, weil die Tiefe mit der Zeit zur Arbeit in keiner geometrischen Proportion stehet.

Die Regel de Tri in ganzen Zahlen

Erster Hauptpunkt,

Hat ihren Namen von der Regula de tribus numeris, weil sie aus 3 Sätzen besteht und lehret, wie man aus 3 gegebenen benannten Zahlen die 4te Proportionalzahl finden soll.

Zu mehrerer Kürze soll künftig öfters
der erste Satz durch A.
der zweyte „ „ B.
der dritte „ „ C.
die Proportionalzahl durch D. bemerkt werden.

Die

Die Generalregel ist, wie bey Behandlung der Verhältnisse, B. und C. werden miteinander multiplicirt, und durch A. dividirt.

Nach der bis jetzt üblichen und zugleich sehr faslichen Lehrart, wird die Regel de Tri in 3 Klassen abgetheilt, die man Hauptpunkte nennet.

Der erste Hauptpunkt beschäftigt sich blos mit Mulitplicationaufgaben, in welchem A. 1. ist.

Der zweyte Hauptpunkt enthält Divisionexempel, wo in B. oder C. 1. stehet.

Der dritte Hauptpunkt, wo in keinem Satze eine 1. ist, sondern wo die gegebene Generalregel ganz angewendet werden muß, und nur durch Aufheben die Verhältnisse gegen einander verkleinert werden.

Beym ersten und zweyten Hauptpunkt wird nnter der 1. eine solche Unität verstanden, die in der Ausrechnung Unität bleibt, und nicht in kleinere Theile ihrer Gattung resolviret werden darf.

Um eine in die Regel de Tri gehörige Aufgabe richtig zu ordnen, merke man sich folgende Vorschriften.

I. Die Zahl, so die Frage ist, oder, worauf sich die Aufgabe gründet, muß in C. stehen.

II. Was mit dieser Fragezahl von gleichem Wesen, Namen, oder einerley Gattung ist, in A.

III. Die noch übrige Größe, welche mit der Zahl, die aus diesen 3 Sätzen entstehen soll, von einerley Wesen ist, kommt in B.

IV. Die aus der Berechnung entstandene Zahl, oder in der Sprache von Verhältnissen zu reden, die Proportionalzahl, heist das Facit.

Erster Hauptpunkt.

Wo in A. 1. stehet.

Hier fallen 9 Unterabtheilungen oder Unterschiede vor, die über einer jeden bemerkt sind, und findet sich hierbey anzuzeigen, daß man den Mittelsatz in hiesiger Währung mit Thalern, Groschen und Pfennigen, und darnach die Unterschiede angenommen hat, um durch Kunstbenennungen nicht undeutlich zu werden. Es ist aber die durchgängig beobachtete Zerstreuungmethode, und mit plus oder minus — auf alle fremden Münzen, Maaße, Gewicht und zählende Sachen anwendbar; weshalb in den Uebungexempeln deren verschiedene vorkommen sollen.

Erster Unterschied.

(Wenn in der Mitte nur allein Thaler stehen.)

Beyde hintere Sätze werden mit einander multiplicirt, das Produkt ist das Facit, weil aus bekannten Ursachen die 1. nicht dividirt.

M. kauft 48 Ellen Tuch, die Elle zu 3 Rthl. wie viel muß er bezahlen?

A.	B.		C.
1 Elle	3 Rthl.	was	48 Ellen?
			⨯ (3.
	D Fac.	144 Rthl.	

Die 48 Ellen machen die Fragezahl aus, und kommen folglich in den 3ten Satz C. Die 1 Elle ist die Gattung des 3ten Satzes, kommt in den 1sten A. Die übrig gebliebene Größe ist 3 Rthl. so in den 2ten Satz B. gesetzt werden muß. Das Facit D. ist mit dem 2ten Satz von einerley Wesen.

Exem-

Exempel zur Uebung.

1 L 17 Rt — 58 L   1 L 24 Rt — 81 L
406   192
Facit 986 Rt   Facit 1944 Rt

1 L 32 Rt — 67 L   1 L 47 Rt — 63 L
268 (4   329 (7
Facit 2144 (8 Rt   Facit 2961 (9 Rt

Zweeter Unterschied.

(Wenn in der Mitte allein Groschen stehen.)

In der Reduction ist die Verfahrungart gezeigt, wie man Theile eines Ganzen, woraus sie entspringen, zu diesem Ganzen reduciren soll. Z. E.

1 ℔ — 1 gr — 372 ℔
3) 124
Facit 8) 15 Rt 12 gr

Wenn 1 ℔ — 1 gr kostet, so müssen 372 ℔ eben so viel Groschen kosten: diese mit 24 zu Thalern reducirt, geben das Facit.

1 Elle — 2 gr — 3724 Ellen?
2 . 12 Fac. 12) 310 Rt 8 gr

Weil 2 gr der zwölfte Theil eines Thalers ist, so darf ich den 3ten Satz nur durch 12 zu Thalern reduciren. Es blieben bey dieser Division 4 zum Rest, dieses waren 4 — 2 gr Stück oder 8 gr

So ist es mit allen folgenden Aufgaben, wo der kleinere Theil in den sämtlichen Theilen seiner Art, aus dem Ganzen, aufgehet.

1 Metze

1 Metze — 3 Pf — 1792 Metzen?
3 . 8 Facit 224 Rthl.

1 Elle — 6 Pf — 795 Ellen?
6 . 4 Facit 198 Rthl. 18 Pf

1 ℔ — 4 Pf — 1315 ℔?
4 . 6 Facit 219 Rthl. 4 Pf

1 Stück — 8 Pf — 1937 Stück?
8 . 3 Facit 645 Rthl. 16 Pf

1 Dutzend — 12 Pf — 2457 Dutzend?
12 . 2 Facit 1228 Rthl. 12 Pf

Wenn aber die aufgebene Groschen in den Thalern nicht aufgehen, so zerstreue man sie in solche Theile, die diese Eigenschaft haben, als:

1 ℔ 5 Pf — 1112 ℔?
4 Pf 6 185 : 8
1 Pf 4 46 : 8
Facit Rthl. 231 : 16 Pf

Der Quotient aus dem 3ten Satz war das Facit von 4 Pf, als den 6ten Theil aus 1112 ℔, die man sich als Thaler denken kann. 185 Rthl. 8 Pf
der Quotient aus 185 Rthl. 8 Pf durch 1 Pf als der 4te Theil aus 4 Pf war 46 : 8 Pf
Facit 231 Rthl. 16 Pf
daß also diese beyden Quotienten summirt, das Facit von 5 Pf machen mußten.

Der 4te Theil aus dem Quotienten der 4 Pf, als der 6te Theil des Thalers, ist gleich dem Quotienten aus dem dritten Satz durch 24 dividirt. Hieraus folgt, daß es gleich gewesen wäre, wenn man den Ertrag des 1 Pf durch 24. aus 1112 gezogen hätte.

Alle

Alle solche Zerstreuungen sind willkührlich, wie in der Folge sich näher ergeben wird. Z. B.

1 ℔	7 ggr	—	1092 ℔?	
	6 . 4		273	Quotient von 6 ggr
	1 . 6		45 12	= von 1 ggr
		Facit	318 Rthl. 12 ggr	

Oder: 1 ℔	7 ggr	—	1092 ℔?	
	4 6		182	Quot. aus 4 ggr
	3 8* aus 1 Rthl.		136 = 12	= Quot. aus 3 ggr
			318 Rthl. 12 ggr	

Weil hier 3 ggr nicht ein Theil aus 4 ggr sondern aus 1 Rthl. ist, so mußte mit dem 8ten Theil in die 1092 dividirt werden, welches um so begreiflicher ist, da jeder Anfänger gleich beurtheilen kann, daß 2 summirte Facit aus dem 3ten Satze, von 4 und 3 ggr. genommen, gleich seyn müssen dem Quotienten von 7 ggr.

1 ℔	9 ggr.	—	909 ℔?	
	8 . 3		303	
	1 . 8		37	21
		Facit	340 Rthl. 21 ggr.	

Bey der Division mit 8 in 303 blieben 7 Rest, dieses sind Thaler, resolvirt mit 24 zu ggr. sind 168 ggr. durch 8 dividirt, kommen 21 ggr; inzwischen darf man sich nur die übrig gebliebenen 7 als 3 Groschenstücken denken, so wird man die 21 ggr. leichter als durch die erste Behandlung erhalten.

Oder 1 ℔	9 ggr.	—	909 ℔?	
	6 . 4		227	6
	3 . 2		113	15
		Facit	340 Rthl. 21 ggr.	

Bey dieser Aufgabe ist noch zu bemerken, daß durch Division mit der 2 in dem ersten Quotienten 1 übrig blieb, dieses waren 24 H. die dabey stehenden 6 dazu, waren 30, in diese mit der 2 dividirt, gaben 15 H. zum Quotienten. So verfahre man mit allen Aufgaben ähnlicher Art.

Exempel zur Uebung.

1 Elle —	10 H.	—	514 Ellen?
	6 . 4		128 : 12
	4 . 6 *		85 : 16
		Facit	214 Rl. 4 H.

Oder

1 Elle —	10 H.	—	514 Ellen?
	8 . 3		171 : 8
	2 . 4		42 : 20
		Facit	214 Rl. 4 H.

1 Stück —	13 H.	—	853 Stück?
	8 . 3		284 : 8
	4 . 2		142 : 4
	1 . 4		35 : 13
		Facit	462 Rl. 1 H.

Oder

1 Stück —	13 H.	—	853 Stück?
	12 . 2		426 : 12
	1 . 12		35 : 13
		Facit	462 Rl. 1 H.

1 Schfl. —	14 H.	—	1509 Schfl.
	12 . 2		754 : 12
	2 . 6		125 : 18
		Facit	880 Rl. 6 H.

Oder

Oder 1 Schfl. — 14 ggr. — 1509 Schfl.

8 . 3 — 503 : —

6 . 4 * — 377 : 6

Facit 880 Rthl. 6 ggr.

1 Decher — 15 ggr. — 819 Decher?

12 . 2 — 409 : 12

3 . 4 — 102 : 9

Facit 511 Rthl. 21 ggr.

Oder 1 Decher — 15 ggr. — 819 Decher

3 . 8 — 102 : 9 × 5

Facit 511 Rthl. 21 ggr.

Bey der letzten Aufgabe rechter Hand, wurde der Quotient aus 3 ggr. als der 8te Theil eines Thalers, durch 5 vermehrt, weil das Facit der 5mal 8te Theil eines Thalers seyn muste.

1 Rieß — 16 ggr. — 110 Rieß?

12 . 2 — 55 : —

4 . 3 — 18 : 8

Facit 73 Rthl. 8 ggr.

Oder 1 Rieß 16 ggr. — 110 Rieß?

8 . 3 — 36 : 16 × 2

Facit 73 Rthl. 8 ggr.

8 ggr. war der 3te Theil aus einem Thaler, und 110 8 ggr. Stück sind 36 Rthl. 16 ggr. — durch 2, als soviel mal 8 in 16 enthalten ist, diesen Quotienten vermehrt, bringt das Facit.

```
        1 Grstsd. — 17 ℋ  —  134 Grstsd.?
                   12 . 2      67 : —
                    4 . 3      22 : 8
                    1 . 4       5 : 14
                              94 Rthl. 22 ℋ

Oder    1 Grstsd. — 17 ℋ  —  134 Grstsd.?
                    8 . 3      44 : 16
                    8 . 1      44 : 16
                    1 . 8       5 : 14
                      Facit   94 Rthl. 22 ℋ

         1 Schfl. — 18 ℋ  —  194 Schfl.?
                   12 . 2      97
                    6 . 2      48 : 12
                      Facit  145 Rthl. 12 ℋ

Oder     1 Schfl. — 18 ℋ  —  194 Schfl.?
                    6 . 4      48 : 12 × 3
                      Facit  145 Rthl. 12 ℋ

         1 Elle — 19 ℋ  —  317 Ellen?
                 12 . 2      158 : 12
                  6 . 2       79 : 6
                  1 . 6       13 : 5
                    Facit    250 Rthl. 23 ℋ

Oder     1 Elle — 19 ℋ  —  317 Ellen?
              + 12 . 2      158 : 12
                  4 . 3      52 : 20
                  3 aus 12 der  39 : 15
                  4 + Facit 250 Rthl. 23 ℋ
```

Da bey der letzten Aufgabe 3 ℋ aus 12 ℋ genommen waren, so muste auch dieser 4te Theil aus dem Quotienten genommen werden, der aus dem Theil der 12 ℋ entstanden war.

1 Stück — 20 ℋ — 374 Stück?
12. 2 | 187 —
8.—3 * | 124 : 16
Facit 311 Rℓ 16 ℋ

Oder 1 Stück — 20 ℋ — 374 Stück?
4. 6 | 62 : 8
5. ✕ Facit 311 Rℓ 16 ℋ ✕ 5

1 Buch — 21 ℋ — 219 Buch?
12. 2 | 109 : 12
6. 2 | 54 : 18
3. 2 | 27 : 9
Facit 191 Rℓ 15 ℋ

Oder 1 Buch — 21 ℋ — 219 Buch?
3. 8 | 27 : 9
7. ✕ Facit 191 Rℓ 15 ℋ ✕ 7

1 ℔ — 22 ℋ — 349 ℔?
+ 12. 2 | 174 : 12
6. 2 | 87 : 6
4. 3 + | 58 : 4
Facit 319 Rℓ 22 ℋ

1 Elle — 23 gr. — 173 Ellen?
\+ 12 . 2   86 : 12
8 . 3 *   57 : 16 aus dem Ganzen
3 . 4 +   21 : 15 aus dem 2ten Theile
165 Rthl. 19 gr.

Noch bequemer und kürzer aber kann man eine Aufgabe ausarbeiten, wo die Differenz der kleinern Sorte zum Ganzen einen solchen Theil ausmacht, der in denen, dieses Ganze enthaltenen, Theilen sich aufhebt. Man dividirt mit dem Theile dieser Differenz in den 3ten Satz und subtrahirt den gekommenen Quotienten davon. Als:

1 Rieß — 16 gr. — 110 Rieß?
1 Rthl. ÷ 8 gr.   36 16 ÷
8 . 3:   73 Rthl. 8 gr.

Würde 1 Rieß 1 Rthl. kosten, so kosteten 110 Rieß 110 Rthl.; indessen müssen 110 acht Groschenstücken, oder Drittheil Thaler abgezogen werden, die 36 Rthl. 16 gr. ausmachen, und nach deren Abzug von 110 der Rest das gesuchte Facit angiebt.

Exempel zur Uebung.

1 Schfl. — 18 gr. — 194 Schfl.
1 Rthl. ÷ 6 gr.   48 : 12 ÷
6 . 4:   145 Rthl. 12 gr.

1 Stück — 20 gr. — 374 Stück
1 Rthl. + 4 gr.   62 : 8 ÷
4 . 6:   311 Rthl. 16 gr.

1 Buch — 21 gr — 219 Buch?
1 Rthl. ÷ 3 gr   27 : 9 ÷
3 . 8:   191 Rthl. 15 gr

1 ℔ — 22 gr — 349 ℔?
1 Rthl. ÷ 2 gr   29 : 2 ÷
2 . 12:   319 Rthl. 22 gr

1 Elle — 23 gr — 173 Ellen?
1 Rthl. ÷ 1 gr   7 : 5 gr ÷
1 gr 24:   165 Rthl. 19 gr

1 Rthl. — 14 Lo:	— 438 Rthl.?	Facit	191 ℔	20 Lo
1 Rthl. — 29 Lo:	— 94 Rthl.?	:	85 ℔	8 Lo
1 ℔ — 30 Mgr	— 437 ℔?	:	364 Rthl.	6 Mgr
1 ℔ — 19 Stbr.	— 123 ℔?	:	116 Fl.	17 Stbr.
1 Elle — 14 Sous	— 211 Ellen?	:	147 Lvr.	14 Sous
1 Elle — 12 ß.	— 243 Ellen?	:	182 mg	4 ß.
1 Yard. - 14 ß. Strl.	— 331 Yards?	:	231 L. Strl.	14 ß. Strl.
1 Varas - 15 Quart.	— 371 Varas?	:	357 R. de pl.	13 Quart.
1 Pajak - 9 Griven	— 356 Pajak?	:	320 Rubel	4 Griven.

Dritter Unterschied.

(Wenn in der Mitte allein Pfennige stehen.)

Hier ist die bey dem 2ten Unterschiede angeführte Methode ganz auf die angezeigte Art anzuwenden, nemlich im Zerstreuen oder Zerfällen der angegebenen Theile auf ihr Ganzes, welches nun Groschen sind, und mit den Vortheilen des Minus. Das Facit wird durch die Reduction zu dem ursprünglich Ganzen reducirt. Z. E.

1 Elle — 1 ₰ — 344 Ellen?
reducirt zu Groschen durch 12) 28 gr 8 ₰
desgleichen zu Rthl. 24) 1 Rthl. 4 gr 8 ₰

1 Elle — 2 ₰ — 676 Ellen?
2 . 144 a. 1 Rthl. 56 : 4 ₰
12) 4 Rthl. 8 gr 4 ₰
12)

1 ℔ — 3 ₰ — 1534 ℔?
3 ₰ 96 Theile 8) 191 Rthl. 18 gr
aus 1 Rthl. 24) 15 Rthl. 23 gr 6 ₰

1 ℔ — 4 ₰ — 817 ℔?
4 . 72 8) 102 : 3 gr
9) 11 Rthl. 8 gr 4 ₰

Bey diesen Aufgaben hat man, der Kürze wegen, die Theile der Pfennige gleich aus Thalern genommen, und mit solchem Theil durch Zerstreuung nach Anleitung der Division Seite 65 dividirt.

Es ist hierbey nun wohl zu merken, daß der Rest aus dem 3ten Satze als Thaler, oder ursprünglich Ganzes angesehen, durch die ihm nächststehenden Theile als mit 24 gr multiplicirt und das Produkt durch den Divisor getheilt werden muß.

Bleibt beym ersten Quotienten wieder ein Rest, muß er mit den nächsten Theilen des ursprünglichen Ganzen multiplicirt und zu dem Product die neben dem ersten Quotienten stehende Zahl addirt, und beydes durch den Divisor, womit der Quotient getheilt ist, dividirt werden, der alsdann übrige Rest wird als die zweyte Sorte behandelt, mit der

der Anzahl der ihm folgenden kleinern Theile vermehrt und durch den letzten Divisor getheilt.

1 Stück — 5 ₰ — 526 Stück?
4 ₰ 3 | 175 : 4 ₰
1 : 4 | 43 : 10 :
219 gr 2 ₰
mit 24 zu Thalern reducirt 4) 54 : 18 gr
Facit 6) 9 Rthl 3 gr 2 ₰

Hier ist die Zerstreuung, nach der bey dem 2ten Unterschiede gegebenen Lehrart, auf Groschen geschehen, das Facit wurde zu Groschen gemacht, und diese musten zu Thalern reducirt werden.

1 ℔ — 6 ₰ — 448 ℔?
6. 48: 6) 74 : 16 gr
Facit 8) 9 Rthl 8 gr

1 ℔ — 7 ₰ — 643 ℔?
6. 48 6) 107 : 4
1. 6 8) 13 Rthl 9 gr 6 ₰
2 : 5 : 7
Facit 15 Rthl 15 gr 1 ₰

1 Elle — 8 ₰ — 4328 Ellen?
8 . 36 6) 721 : 8 gr
6) 120 Rthl 5 gr 4 ₰

Oder 1 Elle — 8 ₰ — 4328 Ellen?
1 gr ÷ 4 ₰ | 1442 : 8 ₰ ÷
4 . 3 | 2885 gr 4 ₰
reducirt zu Rthl 4) 721 : 6 —
6) 120 Rthl 5 gr 4 ₰

1 Elle — 9 ₰ — 578 Ellen?
9 . 32   4) 144 : 12
Facit   8) 18 Rthl. 1 gr. 6 ₰

Oder   1 Elle — 9 ₰ — 578 Ellen?
1 gr. ÷ 3 ₰   144 : 6 ÷
3 . 4   433 gr. 6 ₰
4) 108 : 6
6) 18 Rthl. 1 gr. 6 ₰

1 Elle — 10 ₰ — 578 Ellen?
1 gr. ÷ 2 ₰   96 : 4 ₰ ÷
2 . 6   481 gr. 8 ₰
reducirt zu Rthl.   3) 160 : 8
Facit   8) 20 Rthl. 1 gr. 8 ₰

Oder   1 Elle — 10 ₰ — 578 Ellen?
8 . 36   4) 144 : 12 —
2 . 4   9) 16 : 1 : 4
4 : — 4
Facit   20 Rthl. 1 gr. 8 ₰

1 Elle — 11 ₰ — 396 Ellen?
1 ÷ 1 ₰   ÷ 33 —
1 . 12   4) 363 gr.
6) 90 : 18
Facit   15 Rthl. 3 gr.

Vier-

Vierter Unterschied.

(Wenn in der Mitte Thaler und Groschen stehen.)

Der dritte Satz wird mit den Thalern multiplicirt, die Groschen auf Thaler zerfället, und damit verfahren, wie beym zweyten Unterschiede gezeigt ist; endlich werden die erhaltenen Summen addirt, die das Facit geben. Als:

1. — Stück 5 Rthlr. 12 gr. — 329 Stück?
12 2 — 1645 : × 5
164 : 12
Facit Rthlr. 1809 : 12 gr.

Es sind nemlich die 329 Stück mit 5 Rthlr. vermehrt, daß also 329 Stück 1645 Rthlr. kosten; da aber außer diesen 5 Rthlr. jedes Stück 12 gr. noch mehr kostet, die in einem Thaler 2 mal enthalten sind: so wurden aus den 329 Stück noch der halbe Theil eines Thalers genommen, und machten sie 164 Rthlr. 12 gr. — die zum Produkte der Thaler addirt das Facit von 1809 Rthlr. 12 gr. angaben, und so werden alle folgende Aufgaben behandelt.

1 Elle — 3 Rthlr. 15 gr. was 147 Ellen?
12.2 — 441 × 3
3.4 — 73 : 12
1[illegible] : 9
Facit 532 Rthlr. 21 gr.

A. kaufte 621 ℔ Waaren, bezahlte für jeden ℔ 13 Rthlr. 17 gr. — wie viel muß er für die ganze Post bezahlen?

1 ℔

1 C. — 13 Rthl. 17 gr. — 621 C.?

12 . 2	1863		
4 . 3	310	:	12
1 . 4	103	:	12
	25	:	21
Facit	8512 Rthl.		21 gr.

1 C. — 24 Rthl. 13 gr. — 184 C.

12 . 2	4416	+ 24	
1 . 12	92	:	
	7 Rthl.		16 gr.
Facit	4515 Rthl.		16 gr.

1 ℔ — 3 mℓ 13 ß — 234 ℔?

8 . 2	702	:	
4 . 2	117	:	
1 . 4	58	:	8
	14	:	10
Facit	892 mℓ		2 ß.

Wenn man durch Zerstreuung der Zahlen in dem 3ten Satze den Mittleren gleich multipliciren kann; so erspart man sich die Zerfällung der Groschen. Z. E.

1 Schock — 18 Rthl. 14 gr. — 27 Schock?

	55 Rthl. 18 gr.	(3
Facit	501 Rthl. 18 gr.	(9

Wird durch Resolution des Mittelsatzes ein zur Zerstreuung bequemer Multiplicator gefunden, wo eine der zerstreueten Zahlen in den Theilen des Ganzen aufgehet, so dividirt man mit dem Quotienten in den 3ten Satz, und multiplicirt das herausgekommene mit der andern Zerstreuungzahl. Als:

1 ℔

1 ℔ — 2 fl. 5 Stbr. — 248 ℔?
45 4 : 62 (5
Facit 558 (9 fl.

Die Gulden zu Stübern resolvirt gaben 45, — diese wurden in 5 ⋊ 9 zerstreuet. — Die 5 in 20, als die Theile des Guldens, dividirt gaben 4, damit ist 248 getheilt, und der gekommene Quotient mit 9 vermehrt.

1 Elle — 2 Rthl. 8 gr. — 87 Ellen?
56 3 : 29 (8
Facit 203 (7 Rthl.

Auch das beym zweyten Unterschied gelehrte Verfahren mit Minus läßt sich mit Vortheil anwenden. Als:

1 St℔ — 11 Rthl. 18 gr. — 37 St℔?
12 ÷ 6 gr. 444 + 12
6 gr. 4 ÷ 9 ; 6
Facit 434 Rthl. 18 gr.

Nemlich 1 St℔ kostet 12 Rthl. weniger 6 gr.; wird nun C mit 12 vermehrt: so muß der Ertrag von dem, was 37 St℔ zu 6 gr. gekostet haben würden, von dem Ertrag der 12 Rthl. abgezogen werden. Dies Facit der 6 gr. aber entstand durch die Division mit der 4 in C.

In Ferrara.

1 ℔ — 4 Lire 6 Giuli (8) — 146 ℔?
5 ÷ 2 730
2 4 36 ; 4 +
Facit 693 Lire 4 Giuli.

Endlich bedienet man sich noch eines Vortheils, wo nemlich C. in einer solchen Größe aus 2 Zahlen bestehet, daß sie zur rechten oder linken Hand eine 1 hat. Als:

1 ℔ — 16 Rℓ 19 gr. — 71 ℔?
112 133
Facit 1192 Rℓ 5 gr.

1 ℔ 16 Rℓ 19 gr. — 17 ℔
112 133
Facit 285 Rℓ 11 ℋ.

Wenn aber ein angehender Rechner nicht ohne Mühe die Menge von kleinern Theilen zum Ganzen reduciren kann, so verliert diese Methode ihr Vortheilhaftes.

Fünfter Unterschied.

(Wenn in der Mitte Groschen und Pfennige stehen.)

Im Allgemeinen bedienet man sich hier der Zerfällung; und zwar der größern Theile auf das Ganze, und die kleinern auf die ihr vorstehenden Sorte. Als:

1 ℔ — 1 ℋ 6 ₰ — 294 ℔?
der 16te Theil aus 1 Rℓ Fac. 18 Rℓ 9 ℋ.

1 ℔ — 2 ℋ 6 ₰ — 326 ℔?
2 12: 27 : 4
6 4: 6 : 19
Facit 33 Rℓ 23 ℋ.

2 ℋ sind aus einem Thaler der 12 Theil, die Division mit 12 in C. giebt also das Facit nach dem Preiß von

2 ℋ

2 gr. an. Um den Preiß zu 6 pf., die jedes Pfund mehr kostet, zu haben, würde man den Theil aus 1 Rthl., der 6 pf. beträgt suchen, und damit in C. dividiren müssen, dieses wäre 48; da aber schon der Quotient von 2 gr. da, und 6 pf. aus 2 gr. der 4te Theil ist, so ist nur nöthig, mit 4 diesen Quotienten zu theilen.

1 ℔ — 18 gr. 6 pf. ——— 419 ℔?

12 gr. sind aus 1 Rthl. der 2te Theil	209	: 12	
6 gr. : : 12 gr. der 2te Theil	104	: 18	
6 pf. : : 6 gr. der 12te Theil	8	: 17	6
Facit	322 Rthl.	23 gr.	6 pf.

1 Elle — 13 gr. 7 pf. ——— 228 Ellen?

12 gr. sind aus 1 Rthl. der 2te Theil	114 Rthl.	
1 gr. : : 12 gr. der 12 Theil	9	: 12
6 pf. : : 1 gr. der 2te Theil	4	: 18
1 pf. : : 6 pf. der 6te Theil	—	: 19
Facit	129 Rthl.	1 gr.

Es würde zwar gleich seyn, wenn man die Zerfällung der kleinern Sorten allemal auf das ursprünglich Ganze einrichten wollte; aber die hieraus entstehenden Divisoren würden zu groß werden, und die Theilung in C. erschweren. Als:

1 Elle — 13 gr. 7 pf. ——— 228 Ellen?

12 gr. aus 1 Rthl. der 2te Theil	114 Rthl.	— gr.
1 gr. : 1 Rthl. der 24te Theil	9	: 12 :
6 pf. : 1 Rthl. der 48te Theil	4	: 18 :
1 pf. : 1 Rthl. der 288te Theil	—	: 19 :
Facit	129 Rthl.	1 gr.

Die

Die kürzeste Behandlung wäre folgende:

1 Elle — 13 gr 7 pf			228 Ellen?
12 gr aus 1 Rthlr	—	2te Theil	114 Rthlr
1 gr 6 pf aus 12 gr	—	8te Theil	14 : 6 gr
1 pf aus 1 gr 6 pf	—	18te Theil	— : 19 :
		Facit	192 Rthlr 1 gr.

Sechster Unterschied.

(Wo Thaler und Pfennige, oder das ursprünglich Ganze, und eine Zahl der kleinsten Sorten den Mittelsatz ausmachen.)

Dieser Fall kann sich nur selten treffen, und höchstens bey 6 pf oder ähnlichen Verhältnißen statt finden.

Die allgemeine Regel ist: man multipliciret mit der Größe des ursprünglich Ganzen den 3ten Satz, zerfället die Pfennige auf Groschen, wie beym dritten Unterschied gelehret worden. Der Ertrag derselben sind Groschen, so zu Thalern reduciret werden müssen. Kann man aber gleich die Pfennige aus Thalern nehmen, so ist es desto besser, weil man durch die Division in C. mit den aus den Thalern gezogenen Theilen gleich Thaler erhält. Als:

1 ℔ — 3 Rthlr — gr 10 pf		— 79 ℔?	
6 pf aus 1 gr	2.	237 Rthlr — gr — pf	+ 3
4 pf : 1 gr	3.	— : 39 : 6 :	
		— : 26 : 4 :	
	Facit	239 Rthlr 17 gr 10 pf.	

Oder:

Oder:

1 ℔ — 3 Rthl — gr 10 ₰ — 79 ℔?
9 ₰ aus 1 Rthl 32 237 Rthl ×3
1 ₰ aus 9 ₰ 9 2 : 11 gr 3 ₰
— : 6 : 7 :
Facit 239 Rthl 17 gr 10 ₰.

Läßt die Größe von C. sich zu einem bequemen Multiplicator zerstreuen, so ist dieses die leichteste Behandlung. Als

1 ℔ — 8 Rthl — gr 9 ₰ — 27 ℔?
24 Rthl 2 gr 3 ₰ 3
Facit 216 Rthl 20 gr 3 ₰ 9

Oder:

1 ℔ 8 Rthl — gr 9 ₰ — 27 ℔?
9 ₰ aus 1 Rthl der 32te Th. 216 Rthl
— : 20 gr 3 ₰
Facit 216 Rthl 20 gr 3 ₰

Bey dem letztern Beyspiel ist 9 ₰ aus 1 Rthl genommen, worinn sie 32 mal enthalten sind. Diese 32 wurde der Divisor zu C. und gaben 20 gr 3 ₰ zum Quotienten.

Siebender Unterschied.

(Wenn in der Mitte Thaler, Groschen und Pfennige stehen.)

Auch hier finden mancherley Behandlungarten statt.

Ist der dritte Satz keine sehr angewachsene Größe und ein bequemer Multiplicator, oder, läßt sich derselbe bequem zerfällen, so multiplicirt man damit den mittlern, wie bey der Multiplication in benannten ganzen Zahlen Seite 16 gelehrt

lehrt ist. Das Produkt ist das Facit, weil 1 im ersten Satze nicht dividirt. Z. E.

1 ℔ — 38 Rthl. 12 gr. 9 pf. — 48 ℔?
308 6 — 8
Facit 1849 Rthl. 12 — 6

(20) (12)
1 ℔ — 25 L. sterl. 16 ß 8 pf. sterl. — 72 ℔?
232 10 — (9
Facit 1860 L. sterl. — — (8

Es ist bey beyden Aufgaben zuerst mit derjenigen Zahl multipliciret, wodurch bey dem kleinsten Theil des Mittelsatzes nach geschehener Reduction nichts übrig blieb. — Ein Vortheil, den jeder angehende Rechner nicht aus den Augen lassen muß, weil er dadurch der zwoten Vermehrung der kleinern Sorten des Mittelsatzes überhoben ist. Giebt aber der hintere Satz keinen bequemen Multiplicator an; so wird der hintere Satz durch die Größe der ganzen Theile multipliciret, und mit den andern Theilen verfahren, wie in den vorhergehenden Unterschieden gezeigt ist, daß die Groschen auf Rthaler und die Pfennige auf Groschen zerstreuet werden. Die sämtlichen hieraus entstandenen Summen werden addirt, und bringen das Facit. Nur merke man, daß man die Theile aus der einfachen Größe, und überhaupt allemal aus demjenigen Produkt nehme, worauf man zerfällt hat, und nicht aus dem vermehrten Ganzen. Z. E.

1 Elle — 3 Rthl. 18 gr. 9 pf. — 79 Ellen? × 3
12 gr. aus 1 Rthl. der 2te 237
6 gr. : 12 gr. der 2te 39 : 12
9 pf. : 6 gr. der 8te 19 : 18
2 : 11 3
Facit 298 Rthl. 17 gr. 3 pf.

Neme-

Nemlich wenn

1 Elle	3 Rthl.	kostet, so kosten	79 Ellen		237 Rthl.	—	—
1	: 12 gr.	: :	79	:	39	: 12 gr.	—
1	: 6 gr.	: :	79	:	19	: 18	: —
1	: 9 ₰	: :	79	:	2	: 11	: 3 ₰
folglich zu	3 Rthl. 18 gr. 9 ₰		79 Ellen		298 Rthl.	17 gr.	3 ₰.

1 ℔ — 19 Rthl. 21 gr. 10 ₰ — 26 ℔?

12	2		449	:19	
6	2		13		
3	2		6	12	
			3	6	
9 ₰ aus 3 gr.	4		—	19	6
1 ₰ aus 9 ₰	9		—	2	2
		Facit	517 Rthl.	15 gr.	8 ₰.

Diese Aufgabe beruhet auf den hier angegebenen Grundsätzen. Kürzer aber erlangt man bey Exempeln dieser Art das Facit durch Abzug dessen, was an 20 Rthl. fehlt; dieses sind 2 gr. 2 ₰. Wenn man nun den Ertrag von 26 ℔ zu 2 gr. 2 ₰ von der Summe der 20fachen Vermehrung abziehet, so muß auch natürlich das rechte Facit folgen. Als:

1 ℔ — 19 Rthl. 21 gr. 10 ₰ — 26 ℔

20 Rthl. ÷ 2 gr. 2 ₰	520 (20		
	÷ 2	8	4
Facit	517 Rthl.	15 gr.	8 ₰.

Da aber 2 gr. 2 ₰ kein bequemer Theil aus dem ursprünglich Ganzen als 1 Rthl. ist: so ist diese Methode nur für geübte Rechner; für ungeübte hingegen ist das Verfahren mit Nutzen nur anwendbar, wenn das Minus sich im ursprünglich Ganzen aufheben läßt. Als:

1 ℔

1 ℔ — 14 Rthlr 21 gr 4 pf — 347 ℔?
15 Rthlr ÷ 2 gr 8 pf   5205 (15
2 gr 8 pf ist aus 1 Rthlr ÷ 38 13 4
der 9te Theil Facit 5166 Rthlr 10 gr 8 pf.

Kostete das ℔ — 15 Rthlr, so kosteten 347 ℔ - - 5205 Rthlr
da aber jedes ℔ 2 gr 8 pf weniger kostet, so müssen 347 mal 2 gr 8 pf von dem 15fachen abgezogen werden. 2 gr 8 pf sind der 9te Theil eines Thalers, durch Division mit der 9 in dem 3ten Satz wurde der Ertrag davon mit - . 38 Rthlr 13 gr 4 pf
gefunden; nach deren Abzug - 5166 Rthlr 10 gr 8 pf
zum Facit bleiben.

Exempel zur Uebung.

1 C — 13 Rthlr 14 gr 9 pf — 160 C?
+ 12 2   480
2 6   80
13 ; 8
9. 16 +   5 ; —
Facit 2178 Rthlr 8 gr.

Oder:

1 C 13 Rthlr 14 gr 9 pf — 160 C?
54 11 — (4
Facit 2178 Rthlr 8 gr — (40

1 Stück

1 Stück — 18 Rthl. 8 gr. 6 pf. — 134 Stück?

8	3		2412	× (18		
6	16		44	: 16 :		
			2	: 19 :		
		Facit	2459 Rthl.	11 gr.		

1 Stück — 19 Rthl. 12 gr. 6 pf. — 171 Stück?

12	2		1539	× 19		
6	24		85 :	12 :	— :	
			3 :	13 :	6 :	
		Facit	3338 Rthl.	1 gr.	6 pf.	

1 Ctr. — 28 Rthl. 19 gr. 8 pf. — 381 Ctr.?

12	2		1542 (4			
6	1		10668 (7			
1 gr. 6 pf.	4		190 :	12 :		
2 pf.	9		95 :	6 :		
			23 :	19 :	6 :	
			2 :	15 :	6 :	
		Facit	10980 Rthl.	5 gr.	— pf.	

Oder:

1 Ctr. — 28 Rthl. 19 gr. 8 pf. — 381 Ctr.?

29 Rthl. ÷ 4 gr. 4 pf.			3429 (29	
4 gr.	6		762	
4 pf.	12		11049	—
			÷ 68	19
		Facit	10980 Rthl.	5 gr.

1 — Ctr. — 35 Rthl. 22 gr. 6 pf. — 483 Ctr.?

36 Rthl. ÷ 1 gr. 6 pf. — 2898 (6

1 gr. 6 pf. — 17388 (6

16: ÷ 30 : 4 : 6 :

17357 Rthl. 19 gr. 8 pf.

Oder:

1 Ctr. — 35 Rthl. 22 gr. 6 pf. — 483 Ctr.

215 : 15 : —

17250 : — : —

107 : 19 : 6

17357 Rthl. 19 Rthl. 6 pf.

zerstreuet in $6 \times 80 + 3$ und damit den Mittelsatz multiplicirt.

Achter Unterschied.

(Wenn A ein Theil eines Ganzen ist, und in C vom ursprünglich Ganzen eine angewachsene Größe, nebst mehrern daraus kommenden Theilen, stehet.)

Hier ist nichts weiter zu bemerken, als daß die Ganzen in C zu den Theilen resolvirt werden müssen, als in A benennt sind; im übrigen verfährt man ganz, wie im vorstehenden Unterschiede gelehrt worden. Z. B.

1 ℔ kostet 5 gr. 4 pf. — 1 Ctr.?

4 6 — 110 ℔

1 4 — 18 : 8 :

4 3 — 4 : 14 :

1 : 12 : 8 :

Facit 24 Rthl. 10 gr. 8 pf.

Oder:

Oder:

1 ℔ — 5 gr. 4 ₰ — 1 Ctr.?

4 6 110

1 gr. 4 ₰ aus 4 gr. der 3te Theil 18 : 8 :

6 : 2 : 8 :

Facit 24 Rthlr. 10 gr. 8 ₰.

1 ℔ — 1 Rthlr. 6 gr. 9 ₰ — 1 Ctr. 17 ℔?

6 4 127 ℔

9 8 31 Rthlr. 18 gr.

3 : 23 : 3 :

Facit 161 Rthlr. 17 gr. 3 ₰.

1 Qtl. — 2 gr. 3 ₰ — 1 ℔?

2 12 32 Lth.(4

3 8 128 Qtl.

10 : 16 :

1 : 8 :

Facit 12 Rthlr. — gr.

1 Lth. — 4 ₰ — 1 Ctr.?

4 72 110 ℔

8 3520 (32 Lth.

9 8) 440

Facit 9) 48 Rthlr. 21 gr. 4 ₰.

1 Qtl. — 7 ₰ — 6 ℔ 3 Lº 1 Qtl.?
6 . 48 195 (32 Lº
1 . 6 781 (4 Qtl.
6) 130 : 4
8) 16 : 6 : 6 :
2 : 17 : 1 :
Facit 18 Rℓ 23 ℋ 7 ₰

Für 1 ℋ — 5 Lº — wieviel für 25 Rℓ 13 ℋ?
4 Lº 8 . 613 : — :
1 : 4 . 76 : 20 Lº
19 : 5 :
Facit 95 ℔ 25 Lº.

1 Lº — 13 ℋ 8 ₰ — 1 C 17 ℔ 11 Lº?
12 . 2 . 127 ℔ (4
1 ℋ 6 ₰ 8 . 508 (8
2 . 9 . 4075 Lº
2037 : 12 :
254 : 16 : 6
28 : 7 : 2
Facit 2320 Rℓ 11 ℋ 8 ₰.

Für 1 ₰ — 2 Qtl. — wieviel für 16 Rℓ 17 ℋ 10 ₰?
2 Qtl. aus 1 ℔ . 64 401 (24 ℋ
4822 (12 ₰
8) 602 : 24 Lº
Facit 8) 75 ℔ 11 Lº.

1 Metze — 7 gr. 7 pf. — 3 Wspl. 13 Schfl. 3 Vtl. 1 Mtz.?

6 . 4	85	(24 Scheffel
1 gr. 6 pf. 4 .	343	(4 Viertel
1 pf. 18 .	1273	(4 Metzen
	343 : 6 gr.	
	85 : 19 : 6 pf.	
	4 : 18 : 5 :	
Facit	433 Rthl. 19 gr. 11 pf.	

1 Bog. Schreibpap. — 1 pf. — 7 Ball. 6 Rß. 9 Buch 17 Bog.?

1 pf. aus 1 Rthl. der	76	(10 Rieß
288te Theil	1529	(20 Buch
	36713	(24 Bogen
12)	3059 Rthl. 10 gr.	
Facit 24)	127 Rthl. 11 gr. 5 pf.	

Neunter Unterschied.

(Wo in B und C mancherley Größen und daraus entspringende Theile stehen.)

Ist die angewachsene Größe des Ganzen in C ein bequemer Multiplicator, oder läßt sich durch Zerstreuung dazu machen, so ist es immer rathsam, damit den ganzen mittlern Satz, nach der gegebenen Anleitung in der Multiplication, Seite 64, zu multipliciren, und die kleinern Theile, ihren Verhältnissen nach, auf ihr Ganzes zu zerfällen, und diese Zerfällung auf den mittlern Satz so anzuwenden, wie es im vorigen Unterschiede gezeigt ist, und die Regeln der Division in benannten ganzen Zahlen erfordern. Z. Beyspiel

1 Decher — kostet 7 Rthl. 13 gr. 8 pf. — 9 Decher 6 Stück?

68 :	3 :	— :	(9	5 . 2
3 :	18 :	10 :		1 . 5
— :	18 :	2 :		

Facit 72 Rthl. 16 gr. —

Man denke sich allemal die Zahl des Ganzen in C von gleicher Sorte als der Mittelsatz lautet; dieses war bey dieser Aufgabe 9 — und die damit geschehene Multiplication des Mittelsatzes gab das Produkt davon an; indessen bleibt die Frage übrig, was die 6 Decher kosten? diese wurden nun in 5 und 1 zerfällt; ein Decher besteht aus 10 Stück, mithin 5 Stück aus 10 Stück der 2te Theil, und 1 Stück aus 5 Stück der 5te Theil; folglich kosten nun 5 Stück halb so viel als 1 Decher, und dieses war 3 Rthl. 18 gr. 10 pf.; und da nun 1 Stück nur den 5ten Theil so viel als 5 Stück kosten, so gab der Quotient aus 3 Rthl. 18 gr. 10 pf. — 18 gr. 5 pf. den 5ten Theil, oder den Werth von 1 Stück an. Sämtliche Facite gaben durch ihre Aufzählung das Hauptfacit an.

Noch einige Exempel zur Uebung.

1 Ball. Pap. — 11 Rthl. 2 gr. 8 pf. — 6 Ball. 6 Rß. 6 Buch?

66 :	16 :	— :	(6	5 . 2
5 :	13 :	4 :		1 . 5
1 :	2 :	8 :		5 . 4
— :	6 :	8 :		1 . 5
— :	1 :	4 :		

Facit 73 Rthl. 16 gr. — :

1 Schock

(3) (20)

1 Schock — 14 Rthl. 12 gr. 6 pf. — 98 Schck. 2 Stg. 15 Ell.?

116 : 4 : — :   8   1 . 3

1394 : — : — :   12 . + 2   1 . —

29 : 1 : — :   10 . 2

4 : 20 : 2.   5 . 2

4 : 20 : 2 :

2 : 10 : 1 :

1 : 5 : $\frac{1}{2}$:

Facit 1436 Rthl. 8 gr. $5\frac{1}{2}$ pf.

Oder:

1 Schock — 14 Rthl. 12 gr. 6 pf. — 98 Schck. 2 Stg. 15 Ell.?

130 : 16 : 6 : 9) 99 Schck. ÷ 5 Ell.

1437 : 13 : 6 : 11)   5 . 12

÷ 1 : 5 : $\frac{1}{2}$:

Facit 1436 Rthl. 8 gr. $5\frac{1}{2}$ pf.

Erklärung von beyden letzten Aufgaben. Es wurde die Zahl des Ganzen in C in 8 ⨯ 12 + 2 zerstreuet, nach bekanter Art mit 8, und das daraus entstandene Produkt durch 12 vermehrt, nachmals der mittlere Satz mit 2 multiplicirt, und mit denen aus der Zerfällung durch angewandte Division entstandenen Quotienten zusammen gezählt, und dadurch das Facit gefunden.

Bey der zwoten Methode wurde mit 9 mal 11 der mittlere Satz vermehrt; es fehlten aber an 99 Schock noch 5 Ellen, welche der 12te Theil eines Schocks sind, und dieser Ertrag muste von dem Produkt aus 99 abgezogen werden.

Indessen lassen sich nicht alle Aufgaben auf die angeführte Arten behandeln, wenn nemlich die Zahl des Ganzen in

C kein bequemer Multiplicator ist oder dazu gemacht werden kann, und dann ist, jedoch auch nur in speciellen Fällen, die Verfahrungart, die der Herr von Clausberg im andern Theile seiner schon im Jahre 1732 herausgegebenen demonstrativischen Rechenkunst § 858, in der demselben angehängten Nota angiebt, anzuwenden.

Diese Verfahrungart ist in den neuesten Zeiten als eine Lehrmethode nach neu erfundenen allgemein brauchbaren Grundsätzen gerühmt, und ihr der Vorzug wegen ihrer Leichtigkeit, Kürze, leichter Erlernung ihrer Regeln und ungezwungenen Beweisart, vor allen andern Auflösungmethoden, angedichtet, und wahrscheinlich sind durch diese Verfahrungart, wenn ein Lehrer sie einmal zu seiner Puppe gemacht hat, andere oft nützlichere Behandlungen verdrängt.

Das ganze Geheimniß besteht darinn, daß man den hintern Satz dem mittlern gleichnamig mache; wenn zum Beyspiel B in Thalern, Groschen und Pfennigen bestünde, C aber Centner, Pfunde und Lothe enthielte, so vermehre man die Pfunde durch die Anzahl der Groschen aus dem Thaler (d. i. 24), die darneben stehenden kleinern Theile, als Lothe, zerfälle auf 1 ℔, nehme die Theile davon aus 24 gr und addire sie zu den 24 mit vermehrten Pfunden. Hierauf dividire man die Summe durch 110, als Theile der Pfunde aus 1 Ctr., der gekommene Quotient sind Groschen, was übrig bleibt, multiplicire man mit den Theilen der Groschen als 12 Pfennigen, theile wieder das Produkt durch 110, was da noch übrig bleibt, vermehre man durch eine willkührliche Anzahl der Theile eines Pfennigs, wozu man zu desto pünktlicher Erlangung des Facits 60 (die man, um ihnen einen Namen zu geben, Heller nennen kann) gewählt hat. Bleibt bey diesen Hellern noch ein Rest, so lasse man ihn als eine unbedeutende Kleinigkeit weg.

Mit

Mit den Theilen, die aus der Zerfällung der kleinern Sorten in B entstanden sind, dividirt man wie gewöhnlich, und nimmt, wie gesagt, den Pfennig zu 60 kleinern Theilen (d. i. Heller) an.

Folgendes Exempel wird dieses deutlicher machen.

```
1 Ctr. — 9 Rthl. 17 gr. 4 pf. — 34 Ctr. 82 ℔ 16 Lth.?
          12   2              1968(24   16  2
           4   3                12 —
           1   4               193|0
           4   3        11|0)   18 gr.
                          34 Rthl. 18 gr.
                          312 :  18 : (9
                           17 :   9 :
                            5 :  19 : — :
                            1 :  10 : 9 :
                            — :  11 : 7 :
                  Facit  337 Rthl. 20 gr. 4 pf.
```

Dieser Vortheil ist eigentlich nur da brauchbar, wenn man die kleinern Theile aus dem ursprünglich Ganzen zu einem Bruch reduciren kann. Z. B. $82\frac{1}{2}$ ℔ sind $\frac{3}{4}$ Ctr., weil nun die Anzahl des Ganzen in C den Namen der Sorten in B annimmt, so kann der Bruch aus diesem Ganzen ebenfalls dafür angesehen, folglich die $\frac{3}{4}$ Ctr. als $\frac{3}{4}$ Rthl., das sind 18 gr., betrachtet werden, und bedarf es alsdenn der so weitläufigen Reduction des hintern Satzes zu gleicher Sorte des mittlern nicht.

1 C — 24 Rthl. 18 gr. — 84 C 75 ℔ 28 Lo?

```
        12-2          1800 : (24    16-2 ⎫ aus
         6-2            12 :         8-2 ⎬ 24
                         6 :         4-2 ⎭ gr.
                         3 :
                  ─────────
      110:         1821 †       16 gr.
         :            6
                  ─────────
         : - - - - 732 (12 †     6 ₰
         :            7
                  ─────────
         : - - - 4320 (60 †  - 39 Heller
                  ──────────────────────────
                 84 Rthl.  16 gr.  6 ₰  39 Heller
             ──────────────────────────────────────
                254  :    1  :  7 :  57  : (3
             ──────────────────────────────────────
               2032  :   13  :  3 :  36  : (8
                 42  :    8  :  3 :  19  :
                 21  :    4  :  1 :  39  :
             ──────────────────────────────────────
      Facit    2096 Rthl.  1 gr.  8 gr. 34 Heller.
```

Wie weitläufig dies Verfahren in vielen Fällen ist, zeigt das vorstehende Exempel; bey folgenden Aufgaben hat es einigen Nutzen.

```
                                          (12)
1 Dutzent — 5 Rthl. 15 gr. 9 ₰ — 45 Dtz. 8 Stück?
          28  :   6  :  9 : (5              192 (24
       ─────────────────────────
         254  :  12  :  9 : (9    45 Rthl. 12) 16 gr.
           1  :  21  :  3 :        5          8 . 3
           1  :  21  :  3 :        9          8 . 1
       ─────────────────────────
Facit    258 Rthl.  7 gr.  3 ₰
```

In dieser Aufgabe sind in C die kleinen Theile zerfällt und damit in B dividirt.

(4) (10)

1 Zimmer — 8 Rthl. 16 gr. 8 ₰ — 16 Z. 2 Dech. 5 Stück?

12 . 2 . 48 (24 5 . 2

4 . 3 . 12

8 . 6 . 4 : 60

16 Rthl. 15 gr.

133 : — gr. — : (8

8 : 7 : 6 :

2 : 18 : 6 :

— . 11 : 1 :

Facit 144 Rthl. 13 gr. 1 ₰.

1 Ball. Pap. — 11 Rthl. 2 gr. 8 ₰ — 36 Ball. 6 Rß. 5 Buch?

66 : 16 : — : (6 144 (24 5 . 4

400 : — : — : (6 6

5 : 13 : 4 : 10) 15|0

1 : 9 : 4 : 36 Rthl. 15 gr.

Facit 406 Rthl. 22 gr. 8 ₰ 6 12 . 2

6 3 . 4

1 ℔ — 8 gr. 6 ₰ — 434 ℔ 3 Lo. 2 Qtl.

8 . 3 72 (24 2 . 2

6 . 16 12

32) 84 20 . Rest × 12

2 gr. | 240 Rest 16 × 60

7 ₰ 960

30 Heller

434 Rthl. 2 gr. 7 ₰ 30 Heller

144 Rthl. 16 gr. 10 ₰ 30 Heller

9 : 1 : — : 39 :

Facit 153 Rthl. 17 gr. 11 ₰ 9 Heller

Wenn

Wenn aber der dritte Satz oder C aus zu vielen Sorten bestehet, davon die Reduction zum mittlern Satz zu viel Arbeit und Zahlenverschwendung macht, so wäre es wohl Thorheit, diese Methode allein beyzubehalten, und dienet folgende Auflösungart an ihrer Stelle, die als Generalregel durchaus betrachtet werden kann.

(10) (20) (24)

1 Ball. — 12 Rthl. 14 gr. 10 pf. — 548 B. 7 Rß. 13 B. 19 B.?

12)

	12 . 2	6576 Rthl.	5.2	10 . 4	12 . 2
	2 . 2	274 :	2.5 +	2 . 5	6 . 2
	8 . 3	137 :		1 . 2	1 . 6
	2 . 4	45 :	16 :		
		11 :	10 :		
der Betrag von 5 Rieß		6 :	7 :	5 :	
: : : 2 Rieß		2 :	12 :	6 :	48 Hell.
: : : 10 Buch		— :	15 :	1 :	42 :
: : : 2 Buch		— :	3 :	— :	20 :
: : : 1 Buch		— :	1 :	6 :	10 :
: : : 12 Bogen		— :	— :	9 :	5 :
: : : 6 Bogen		— :	— :	4 :	32 :
: : : 1 Bogen		— :	— :	— :	45 :
Facit		7053 Rthl.	18 gr.	10 pf.	22 Hell.

Bey dieser Aufgabe war die Reduction des 3ten Satzes zum mittlern zu vielen Schwierigkeiten unterworfen, daher ist die Auflösung folgendermaßen behandelt. Zuvörderst nimmt man auf die kleinern Theile in C gar keine Rücksicht, sondern multiplicirt die 548 Ballen mit den Thalern, und verfährt mit den Groschen und Pfennigen, wie im 7ten Unterschiede gezeigt ist; alsdann zerfällt man die Theile in C auf das Ganze, woraus sie entstehen, nach den allgemeinen Zerfällung- oder Zerstreuungregeln, dividiret mit deren Theilen durch den ganzen Mittelsatz, und zwar je

nach-

nachdem der Theil aus dem Ganzen oder ihm vorstehenden Theil genommen ist. Sämtliche Facit geben sodann den verlangten Hauptertrag. Der Beweis hiervon liegt klar vor Augen, denn durch die Zerfällung der kleinern Theile in C und durch ihre Division in B erhält man allemal wie viel jeder Theil besonders kostet.

Uebrigens kommen dergleichen Aufgaben selten vor; denn es wird zum Beyspiel nicht leicht der Preiß eines Ballens auf Thaler, Groschen und Pfennige bestimmt, und denn wird der Käufer die wenigen überschießenden Bogen sich niemals anrechnen lassen. Eben so verhält es sich mit Centner, Pfund, Loth und Quentchen; Waaren, die centnerweise gekauft werden, sind nicht leicht von solchem Werth, daß man die Lothe, außer etwa 16 oder 8 Loth, und noch weniger die Quentchen bezahlt.

Die bey der Hauptsumme vorkommenden Heller, wenn solche über 30 betragen, kann man als einen ganzen Pfennig annehmen, und was weniger ist, ganz weg lassen.

Exempel zur Uebung.

(16) (4)

1 Ctr — 13 Rthl. 5 Gr. 8 Pf. — 172 Ctr 13 Lo. 3 Qtl.?

4 . 6	516	× 13)			8 . 2
1 . 4	28 :	16 :			4 . 2
8 . 6 +	7 :	4 :			1 . 4
	4 :	18 :	8 :		2 . 2
	6 :	14 :	10 :		1 . 2
	3 :	7 :	5 :		
	— :	19 :	10 :	15 :	
	— :	9 :	11 :	7 :	
	— :	4 :	11 :	33 :	
Facit	2287 Rthl.	23 Gr.	7 Pf.	55 Hl.	

1 Wispel

(24) (12)
1 Wispel — 21 Rthl. 18 gr. — 97 Wispel 18 Schfl. 2 Vrtl.?

12 . 2 . 194 21) 12 . 2
6 . 2 . | 48 : 12 : 6 . 2
24 : 6 : 2 . 12
10 : 21 :
5 : 10 : 6 :
— : 10 : 10 : 30 :

Facit 2126 Rthl. 12 gr. 4 pf. 30 Hl.

Für 1 Rthl. kaufe ich 1 Schfl. 2 Vrtl. 2 Mtz. — 125 Rthl. 12 gr.?

203 Schfl. - Vrtl. 2 Mtz. 12 . 2
— : 3 : 1 :

Facit 203 Schfl. 3 Vrtl. 3 Mtz.

(20) (12)
1 L.Strl. — 5 Rthl. 17 gr. 9 pf. — 167 L. 13 ß 10 pf. Strl.

+ 12 . 2 835 : 10.2 6.2
4 . 3 83 : 12 : 2.5 4.3 +
1 . 4 27 : 20 : 1.2
9 . 16 + 6 : 23 :
5 : 5 : 3 :
2 : 20 : 10 : 30 Hl.
— : 13 : 9 : 18 :
— : 6 : 10 : 39 :
— : 3 : 5 : 19 :
— : 2 : 3 : 33 :

Facit 962 Rthl. 11 gr. 6 pf. 19 Hl.

Oder:

Oder:

1 L. Strl. — 5 Rthlr. 17 gr. 9 pf. — 167 L. 13 ß 10 pf. Strl.?

```
+12 . 2 .            312(24   6 . 2
  4 . 3 .              12 .   4 . 3 +
  1 . 4 .               8 .
  9 . 16 +      20) 332 Rest 12 × 12
                16 gr. 144 Rest 4 × 60
                            7 pf. 240
                                  12 hl.
```

167 Rthlr.	16 gr.	7 pf.	12 Hell.	
838 :	11 :	— :	— :	
83 :	20 :	3 :	36 :	
27 :	22 :	9 :	12 :	
6 :	23 :	8 :	18 :	
5 :	5 :	9 :	13 :	
Facit 962 Rthlr.	11 gr.	6 pf.	19 Hell.	

1 ℔ — 5 Rthlr. 19 gr. 7 pf. — 85 ℔ 21 Lth. 3 Qtl.?

```
 52 :   8 :  3 :(9  9         16 . 2
471 :   2 :  3 :(9  9 + 4 .    4 . 4
 23 :   6 :  4 :               1 . 4
  2 :  21 :  9 : 30 :          2 . 2
  — :  17 :  5 : 22 :          1 . 2
  — :   4 :  4 : 20 :
  — :   2 :  2 : 10 :
  — :   1 :  1 :  5 :
```

Facit 489 Rthlr. 7 gr. 5 pf. 27 Heller.

1 Last

(12)
1 Last — 112 Rthl. 8 Gr. 9 Pf. — 413 Last 7 Tonnen?

7	8 . 3			168	(24
mal		12)			
16	8 . 12	413 Rthl.	14 Gr.		
	1 . 8	2895 :	2 :		(7
		46321 :	8 :		(16
		137 :	20 :	8 :	
		11 :	11 :	8 :	40
		1 :	10 :	5 :	35
	Facit	46472 Rthl.	2 Gr.	10 Pf.	15 Hl.

Regel de Tri in ganzen Zahlen,

Zweyter Hauptpunkt.

Die Verfahrungart hierbey ist sehr einfach, weil entweder in B oder C eine 1 stehet, die nicht multiplicirt, folglich die Zerfällung der Sätze wegfällt.

Es wird also B oder C durch A getheilt, und werden zu besserer Uebersicht dieses Verfahrens folgende Unterschiede vorkommen.

Erster Unterschied.

(Wenn der vordere Satz nur aus einerley Sorten besteht.)

Als: 6 Ell. — kosten 48 Rthl. — 1 Ell.?
Facit 8 Rthl.

15 Ellen

15 Ellen — 16 Rℓ 6 ℋ — 1 Elle?

Facit 1 Rℓ 2 ℋ.

(16) (14)

133 ℔ — kosten 3449 | mℓ 14 ß 8 ₰ — 1 ℔?

784 | 25 mℓ

12 | 15 ß

1998 |

663 |

44 | $\frac{44}{133}$

Zuerst durch 133 die Anzahl der mℓ getheilt, giebt zum Quotienten 25 mℓ. Bey der Division war 124 mℓ Rest, diese wurden zu Schillingen gemacht, und dazu die in der Aufgabe stehende 14 Schillinge addirt, wieder die daraus gekommene Summe durch 133 dividirt, kamen 15 ß zum Quotienten und blieben 3 ß Rest, die durch 12 zu Pfennigen resolvirt und die in der Aufgabe stehende Pfennige dazu addirt wurden. Hierein konnte mit 133 nicht dividirt werden, weil es kein Ganzes betrug, und daher gleich zum Bruch, nach Anleitung der Division in unbenannten Zahlen, gemacht wurde.

Der Dividendus mag nun in Maaßen von flüßigen Sachen, oder andern Maaßen, Gewicht, Münzen und zählenden Sachen bestehen, so bleibt diese Verfahrungart sich immer gleich.

Der einzige Vortheil, dessen man sich bey dem zweeten Hauptpunkte der Regel de Tri bedienen kann, bestehet in dem Verkleinern der Verhältnisse, das heißt: daß man durch eine Zahl, die im Divisor und Dividendus aufgehet, beyde kleiner zu machen suche. Als:

2364 ℔ kosten 132 Rℓ 20 ℋ — 1 ℔?
12 : 197 — 12 : 11 | Rℓ 1 ℋ 8 ₰
. . . . . 265 | (24 + 1 ℋ
78 | 1 ℋ
. . . . . 824 | (12 + 8 ₰
36 | $4\frac{36}{197}$ ₰.

Exempel zur Uebung.

110 ℔ — 43 Rℓ 22 ℋ 2 ₰ — 1 ℔?
10) 4 : 9 : 5 :
11) Fac. — : 9 : 7 :

128 ℒ — 1184 Rℓ 17 ℋ — 1 ℒ?
4) 32 4) 296 : 4 : 3 :
8) 4 8) 37 : — : $6\frac{3}{8}$:
Facit 9 Rℓ 6 ℋ — $1\frac{19}{32}$ ₰.

431 ℔ — kosten in Hamburg 251 Rℓ 20 ß — 1 ℔?
1506 (6
. . . . 12068 | (8 + 20
344 | 28 ß.

(16) (12)
126 S℔ — kosten 2720 mℓ 13 ß Hamb. — 1 S℔?
9) 14 9) 302 : 5 :
Facit 14) 21 mℓ 9 ß 6 ₰

(36) (8)
168 S℔ — 5281 Rℓ 18 Mℋ — 1 S℔?
8) 21 8) 660 : 6 : 6 ₰
. . . . Facit 31 Rℓ 15 Mℋ 6 ₰.

280 Ctr. — 15057 Rthl. 28 Mgr. — 1 Ctr.?
7 | 2151 ; 4 ;
40 | Facit 53 Rthl. 28 Mgr.

Zweeter Unterschied.

(Wenn der vordere Satz kleinere Sorten hat, als der hintere.)

Man resolvirt in C die Ganzen zu den Theilen, die mit dem in A gleichnamig sind und verfährt sodann, wie in der vorigen Abtheilung gezeigt ist. Als:

6 Lt. — kosten 1 gr. — wieviel 7 ℔ 6 Lt.?
- - - - - - - - - 230 (32 + 6
38 gr. 4 pf.
Facit 1 Rthl. 14 gr. 4 pf.

Es sind also die 7 ℔ ℔ durch 32 zu Lothen gemacht, und die nebenstehende 6 Lt. dazu gerechnet, weil in A Lothe waren. Die 230 Lothe wurden als Groschen angesehen, weil der Mittelsatz aus Groschen bestand und, durch die 6 Loth in A getheilt wurde; die daraus gekommene 38 gr. 4 pf. betrugen 1 Rthl. 14 gr. 4 pf.

Exempel zur Uebung.

5 ℔ — 1 Rthl. — wieviel 11 Ctr. 25 ℔?
- - - - - - - - - - 1235 (110 + 25
Facit 247 Rthl.

5 gr. — 1 ℔ — wieviel für 176 Rthl. 20 gr.?
4244 (24 128 Lt. 12 Qtl.
- - - - - - - - - - Facit 848 ℔ 25 Lt. 2½ Qtl.

Hier sind die 20 gr. in C zu Lothen reducirt, nach Anleitung der Seite 104.

18 Lº — 1 Rthl. — 5 C 27 ℔ 13 Lº?
577 (110 + 27
2308 (4
18477 (8 + 13
Facit 1026 Rthl. 12 gr.

3 Qtl. — 1 gr. — 3 C 17 ℔ 9 Lº 1 Qtl.?
347 (110
1388 (4
11113 (8
44453 (4 gr.
24: 1852 Rthl. 5 gr.
Facit 617 Rthl. 9 gr. 8 pf.

Dritter Unterschied.

Wenn die Sorten des ersten Satzes von größern Namen als die in C sind.)

Die größern Theile in A müssen zu solchen Theilen resolvirt werden, als sich in C befinden. Als:

48 ℔ — kosten 16 Rthl. — wieviel 1 Lº?
192 (4 384 gr. (24
1536 (8 . . . . 4608 | (12 3 pf. Facit.

In A sind die Pfunde zu Lothen gemacht, deren Summe der Divisor wurde; und da sich mit demselben in 16 Rthl. nicht dividiren ließ: so wurden diese zu Pfennigen gemacht.

Hier hätte aber die schon angezeigte Verkleinerungsmethode durch 16 angebracht werden können. Als:

16)

```
     48 ℔    —   16 Rthl — 1 Lo?
16)  3 :          1 Rthl
     96 : (32    288| 3 ₰.
```

Der geübte Rechner hätte sich noch des Vortheils bedient: nemlich, er hätte, statt der Reduction der 3 ℔ zu Loth, die 3 ℔ in 24 gGr in Gedanken dividirt, den Quotienten 8 aber in die Anzahl der 32 Lo aufgehoben, und mit dem Quotienten 4 gleich in die 1 des mittlern Satzes, der durch diese Behandlung zu Groschen geworden war, dividirt, woraus er $\frac{1}{4}$ gGr, das ist 3 ₰, zum Facit erhalten hätte.

Exempel zur Uebung.

```
     1 Ctr — 48 Rthl  21 gGr  4 ₰ — 1 Lo?
    110   16: 3 :      1 :    4 :
    3520 (32  — :     73 gGr  4 :
16: 220              880
           Facit  4 ₰.
```

```
Für 55 Rthl — 2 Ctr 27 ℔ 16 Lo — wieviel für 1 ₰?
   1320 (24       247 ℔ (110
  15840 (12       998 (4
    :            7920 (8 Loth
    : - - - - - 31680 (4 Qtl.
             Facit 2 Qtl.
```

```
   134 Wispel — 3216 Rthl — wieviel 1 Metze?
   3216 (24 Schfl.  77184 (24
  51456 (16 Metzen  25728      1 gGr }
    : - - - - -    308736 (12  6 ₰. } Facit.
```

Für 483 Rthl. — 362 ℔ 8 Lth — wieviel für 1 gr?
11592 (24 8) 45 ℔ 9 Lth
8) 1449 180 (4
1449 (8 Facit 1 Lth.

Vierter Unterschied.

(Wenn der vordere Satz aus mehrern Sorten seines Wesens besteht.)

Hier muß er zu den Theilen resolvirt werden, deren kleinste er bey sich führet, und ihm werden die Sorten in C gleichgemacht; übrigens bleibt die ganze Behandlungart nach der angezeigten Methode. Als:

3 Rthl. 3 gr — 1 Ctr. — wieviel für 425 Rthl.?
75 gr 25: 10200 gr (24
25) 3. 408
Facit 136 Ctr.

18 Wispel 16 Schfl. — 672 | Rthl. — 1 Schfl?
448 (24 224 | 1 Rthl.
5376 | (24
89 | 12 gr.

7 Rthl. 13 gr 6 pf — 1 Ctr. — 242 Rthl.?
181 (24 5808 (24
2178 (12 69696 | (12
435 | 32 Ctr.

23 Rthl. 9 gr 4 pf — 1 Schock — 842 Rthl.?
561 (24 20208 (24
6736 (12 242496 | (12
0 1 | 36 Schck.

Fünf-

Fünfter Unterschied

(Wenn sowohl A als C mehrerley Sorten ihres Wesens haben.)

Hier müssen beyde Sätze zu gleichen Theilen ihres Ganzen resolvirt und C durch A dividirt werden. Als:

3 Rt. 20 gr — kostet 1 C — wieviel für 264 Rt. 12 gr?
92(24 — 6348(24
82 | 69 C

Für 4 Rt. 10 gr 8 pf — 1 Pfd — wieviel für 3 Rt. 23 gr?
106 (24 gr — 95 (24 gr
1280 (12 — 114 (12
8) 16 — 14 Pfd 8 Lo
456 Lo
Facit 28 Lo 2 Qtl.

18 Wispel 16 Schfl. — 491 Rt. 22 gr 8 pf — 1 Schfl.?
448 (24
8) 56 — 8) 61 : 11 : 9 :
7) 8 : 18 : 10 :
7
8
8) Fac. 1 Rt. 2 gr $4\frac{1}{4}$ pf

18 Rt. 16 gr — 1 Wspl. — 698 Rt. 20 gr?
448 (24 — 16772
8) 56 — 8) 2096 Wspl. 12 Schfl.
7 — 7) 299 : 12 :
8 — Facit 8) 37 Wisp. 10 Schfl. 2 V.

```
94 Rthl. 18 ß — 1 Last — 2068 Rthl. 17 ß ?
2274 . (24 . . . .     49649 | (24
  .                     4165 | 21 Last.
  .                      189 |
                             | (12
  . . . . . . .        22740 |     10 Tonnen.
```

```
14 Rthl. 3 ß 2 ₰ — 1 Ctr. — 278 Rthl. 15 ß 9 ₰ ?
 339 (24                 6687 (24
4070 (12 . . . . . .    80253 (12 | 19 Ctr.
  .                      3982     |
  .                        29     |
                                  (110
  . . . . . . . .      3215330    | 79 ℔
                           366    |
```

```
17 Rthl. 18 ß 8 ₰ — 1 St℔ — 78 Rthl. 5 ß 4 ₰ ?
8)  2    5   4              8)  9   18   8
        53  (24                  234  (24
       640  (12                 2816  (12
         8                  8)   352
        80                  80)  4 St℔ 8 L℔
```

```
4 Ctr. 12 ℔ 21 Lº — 26153 Rthl. 11 ß 4 ₰ — Lº ?
  452 ℔  (110          11668 † 1 Rthl.
 1808  (4              28004                (24
44851  (8 . . . .      137198              † 19 ß
   . . .                  482
                                 (12
  . . . . . . . . .    87940 † 4 ₰
```

Endlich ist nur noch anzuführen, daß die Summa der, aus der Resolution des hintern Satzes entstandenen, Theile dem Mittlern gleichnamig angenommen wird; wäre die Summe

ma also kleiner, als die des vordern Satzes, so muß die Summa von C in den folgenden Theilen des Ganzen aus B resolvirt werden, welches alsdenn den Dividendus abgiebt.

Ist auch diese Summa noch nicht hinlänglich, um durch den vordern Satz getheilt werden zu können: so wird sie zu den fernern kleinern Theilen resolviret, und durch A dividiret.

Regel de Tri in ganzen Zahlen.

Dritter Hauptpunkt.

Hier wird nun dasjenige praktisch in Ausübung gebracht, was schon bey der Lehre von der Proportion, vom Verkleinern der Verhältnisse, und von der allgemeinen Regel: B und C werden mit einander multiplicirt und durch A dividirt, gesagt ist. Es leidet auch dieser Hauptpunkt seine Unterschiede, und die kürzeste Behandlung der Aufgaben hängt von der schnellen Uebersicht derselben ab.

Erster Unterschied.

(Wenn alle 3 Sätze aus ganzen Größen bestehen, und also keine aus ihm fließende kleinere Theile bey sich haben.)

Wenn man für 63 Rthlr 9 Ellen erhält, was muß man für 54 Ellen bezahlen?

Hier wird das Verhältniß nach den angegebenen Regeln also angelegt:

	wie sich verhalten		zu		so verhalten sich	
	9̸ ℔	—	63 Rℓ	—	5̸4̸ ℔ zu
verkleinert	1		×	.	6
durch 9)					
in A und C		Facit	378 Rℓ		

Oder:

verkleinert durch	9̸ ℔	—	6̸3̸ Rℓ	—	54 ℔?
9 in A und B	1		7	×	378 Rℓ

	54̸0̸ ℔	—	37̸0̸ mℓ	—	639 ℔?
A und B verklei-	6		259		9) 71
nert durch 10			2627		
A u. C verkleinert durch 9	Fac.		437 mℓ 13 ß. 4 ₰		

77 ℔	—	49 fl. holl.	—	242 ℔?
7) 11		7) 7		11) 22
11) 1			Facit	154 fl.

Es ergiebt sich von selbst, daß man B und C gegen einander, da sie mit einander vermehret werden müßen, nicht verkleinern kann, wohl aber A gegen B und A gegen C, indem das Verkleinern der Größen nur im Divisor und Dividendus Statt findet, und beinahe so angesehen werden kann, als würde der Divisor zerfällt.

Zweeter Unterschied.

(Wenn der Mittelsatz aus mehrern Sorten seines Wesens bestehet, A und C aber einerley Sorten sind.)

Zum Beyspiel	10 ℔ kosten	17 ℋ 6 ₰	was 4 ℔?
		70 : — :	×
	Facit	7 ℋ	

Hier

Hier konnten A und C durch 2 verkleinert werden; weil aber 4 ein so bequemer Multiplicator als 10 ein noch bequemerer Divisor war, so war auch die Verkleinerung in diesem Fall kein Vortheil.

Ferner:

```
10 ℔ kosten 19 ggr 6 ₰ was 496 ℔?
  .          12 . 2         248 :
  .           6 . 2         124 :
  .        1 ggr 6 ₰ 4       31 :
  . . . . . . . . . . . .   403 |
              Facit   40 Rthl | 7 ggr 2 2/5 ₰
```

Der Mittelsatz ist auf sein ursprünglich Ganzes zerfället, und mit den daraus entsprungenen Theilen in C, nach Anleitung des 5ten Unterschiedes 1ten Hauptpunkts, verfahren, der Betrag davon aber durch 10 dividiret.

```
21 Ctr kosten 622 Rthl 18 ggr  9 ₰   was 31 Ctr?
 3        3)  207  :   14  :   3  :        1
 7        7)   29  :   15  :   9  :   ×   30
               87  :   45  :  27  :        1
                                          30
  Facit       919 Rthl   8 ggr   3 ₰
```

A wurde zerfället in 3 × 7 und damit der Mittelsatz erst dividirt, damit man einen kleinern Multiplicandus erhielt. A und B wurde also durch 21 verkleinert, und entstand daraus die Proportion, wie sich verhält 21 Ctr zu 622 Rthl 18 ggr 9 ₰, so verhält sich 1 Ctr zu 29 Rthl 15 ggr 9 ₰. A wurde durch diese Zerfällung zu 1, mithin wurde diese Aufgabe ganz nach des 1tem Hauptpunktes 7ten Unterschiede behandelt, und B mit 31 multiplicirt; hiernach die Pfennige zu Groschen und die Groschen zu Thalern reduciret.

Exempel

Exempel zur Uebung.

(16) (12)
20 Dtzt. — 115 mℓ 13 ß 4 ₰ — 25 Dtzt?
5) 4 : 579 mℓ 2 ß 8 ✕ 5) 5
Facit 144 mℓ 12 ß 8 ₰

37 Ⱡ kosten 231 Rℓ 6 ℋ — 96 Ⱡ?
. 1850 (8 8
. . . . 22200 † (12 12
600 Rℓ

110 ℔ — 32 Rℓ 12 ℋ — 33 ℔?
11) 10 : 97 12 ✕ 3
Facit 9 Rℓ 18 ℋ

(20) (16)
27 S℔ 421 fl. 4 Str. holl. — 36 S℔?
9) 3 1684 16 ✕ 4
Facit 561 fl. 12 Str.

17 Ⱡ 337 Rℓ 35 Mℋ 6 ₰ — 41 Ⱡ?
. 1348 140 24 ✕ (1. 1
. . . 13857 Rℓ 25 Mℋ 6 ₰ (40. 40
Facit 815 Rℓ 5 Mℋ 6 ₰

67 ℔

67 ℔ . 14 Rthl. 15 gr. 9 pf. — 598 ℔?
. 8793 Rthl. 18 gr. — × 600 ÷ 2
. 29 7 6 ÷ 2
. . . 8764 Rthl. 10 gr. 6 pf.
. 205 † 130 Rthl.
. . . 1306 † 19 gr.
. 633
. . . . 402 † pf.

Dritter Unterschied.

(Wo B und C neben dem Ganzen noch daraus fließende Theile bey sich haben.)

Es ist hier ganz die Behandlung, wie beym 9ten Unterschiede im ersten Hauptpunkte Seite 104 oder 108; nur daß das herausgekommene Facit durch A besonders dividiret wird.

Kann man aber A gegen B oder C vorher mit Vortheil verkleinern, so muß dieser Vortheil nie aus der Acht gelassen werden. Z. B.

8 Stück kosten 5 Rthl. 13 gr. 4 pf. — 5 Dtzt. 2 Stück?
8 : — : 16 gr. 8 pf. 62 (12
12 . 2 31 : — : :
4 . 3 10 : 8 : :
8 : 6 1 : 17 : 4 :
Facit 43 Rthl. 1 gr. 4 pf.

Oder:

8 Stück kosten 5 Rthl. 13 gr. 4 pf. — 5 Dtzt. 2 Stück?
8) . 38 : 21 : 4 : (7 62 : (12
2 : 18 : 8 : 8) 7 Rthl. 18 gr.
1 : 9 : 4 : 12 . 2
Facit 43 Rthl. 1 gr. 4 pf. 6 . 2

Hier

Hier ist in der ersten Aufgabe A gegen B aufgehoben, nachdem A mit C auf gleichen Namen gebracht war. In der 2ten Aufgabe ist A gegen C aufgehoben, und da C wie bekannt den Namen von B annimmt, so gaben die 62 Stück, als Thaler betrachtet, durch die 3 in A dividiret, 7 Rthl. 18 Gr. zum Quotienten; im übrigen wurde in der ersten nach dem 5ten und in der zwoten Aufgabe nach dem 9ten Unterschiede des 1sten Hauptpunktes verfahren.

5 Stück — 14 Rthl. 15 Gr. 2 Pf. — 21 Decher 5 Stück?

5: 1 | 42 45 6 | 215 (10

56 60 8 | 5) 41

629 Rthl. 4 Gr. 2 Pf.

A ist gegen C durch 5 zerkleinert; das übrige Verfahren ist bekannt.

Exempel zur Uebung.

Für 28 Rthl. — 10 Pfd. 16 Lth. wieviel für 262 Rthl. 2 Gr.?

4)
7)

16.2

2620 : — 2.12 (10

113 : —

— : 28

2751 : Pfd. 28 Lth.

4) 687 : 31 :

Facit 7) 98 : 9 :

```
67 ℔ — 14 Rℓ 15 ℋ 9 ₰ — 5 ℭ 48 ℔ ?
.        12 . 2          598 ℔   ✕ 14
.         3 . 4          2392 — :
.         9 . 4           299 — :
.                          74   18 :
.                          18   16 : 6
. . . . . . . . . . . .  8764 Rℓ 10 ℋ 6 ₰
.                         205 † 130 Rℓ
. . . . . . . . . . . .  1306 † 19 ℋ
.                         633
. . . . . . . . . . . .   402 † 6 ₰


94 ℔ — 28 Rℓ 17 ℋ 4 ₰ was 7 ℭ 81 ℔ ?
.     4    12 . 2          851 ℔
.     7     4 . 3          3404 (4
.          16 ₰ 3         23828 (7
.                           425 : 12 —
.                           141 : 20 —
.                            47 : 6 : 8
. . . . . . . . . . . .   24442 Rℓ 14 ℋ 8 ₰
.                            56 † 260 Rℓ :
. . . . . . . . . . . .      62 † — ℋ
. . . . . . . . . . . .     782 † 8 ₰


   75 Rℓ — 5 Ball. 4 Rieß — 105 Rℓ 13 ℋ 4 ₰ ?
5) 15      21 Ball. 6 Rieß (4  5) 21 : 2 : 8
5)  3       — : 9 :            5) 4 Rℓ 5 ℋ 4 ₰
.           — : 3 :                   4 . 6
. . .      22 Ball. 8 Rieß            1 ℋ 4 ₰ 3
Facit       7 Ball. 6 Rieß
```

84 ℔ 25 Rthlr 16 gr was 5 Ctr 43 ℔?
7 7) 3 Rthlr 16 gr 593 ℔
12 12.2 12) 49 Rthlr 10 gr
4.3 148 Rthlr 6 gr
24 : 17 —
8 : 5 : 8
Facit 181 Rthlr 4 gr 8 pf

79 mk Silber — 997 Rthlr 9 gr — 14 mk 11 Loth 3 Qtl?
13963 : 6 : 8.2
498 : 16 : 6 2.4
124 : 16 : 1 : 30 1.2
62 : 8 — 45 2.2
31 : 4 — 22 1.2
15 : 14 — 11
14695 † 16 gr 9 pf — Hl.
6771 † 176 Rthlr
4
. . . . . 40 gr — : gr
. . . . . 480 † 6 15/79 pf . . . .
15

Vierter Unterschied.

(Wenn in A, B und C Ganze und mehrere Sorten ihres Wesens stehen.)

Die Theile in A müssen von keinem geringern Werth seyn als die in C, weil man in A die Kleinern nicht auf die Größern zerfällen kann. Sind also in A z. E. Ctr und ℔, so müssen sie zu Pfunden resolviret werden, und in C diese Re-

Resolution bis auf Pfunde auch geschehen. Wären aber in C noch Lothe, so können sie auf Pfunde zerfället werden.

Die übrige Behandlung richtet sich nach den übrigen Mannichfaltigkeiten in der Regel de Tri. z. B.

24 Last 7 Tonnen — 2101 Rℓ 21 ℋ — 8 Lasten?
295 (12 16815 — (8 96
. . . . . . 201780 : (12 8
241 † 684 Rℓ 12
1

5 Dutzend 2 Stück — 43 Rℓ 1 ℋ 4 ℒ — 8 St.?
62 (12 . . . . 344 : 16 : 8 : 8
. 3 † 5 Rℓ
. . . . 826 † 13 ℋ
. 200
. 2
. . . . 248 † 4 ℒ.

In der ersten Aufgabe wurden in A 24 Lasten und 7 Tonnen zu lauter Tonnen, und in C 8 Lasten zu Tonnen resolviret, um den Theilen im Vordersatze keinen größern Werth als in C zu laßen. Das übrige Verfahren ist das Gewöhnliche, und so auch in der 2ten Aufgabe.

Exempel zur Uebung.

21 Decher 5 Stück — 629 Rℓ 4 ℋ 2 ℒ — 5 Stück?
215 (10 . . . . . 197 † 14 Rℓ
. 2
5) 43 . . . . . . 652 † 15 ℋ
. 227
. . . . . . 86 † 2 ℒ

```
262 Rthl. 2 Gr. — 98 ℔ 9 Lº — 28 Rthl.?
6290             8 . 4       672 . . (24
 .               1 . 8       65856 (98 mit 100 ÷ 2
 .                             168
 .                              21
 . . . . . . . . .          6645 † 10 ℔
 .                             31
 .                           12580 (4
 . . . . . . . . .          100640 † (8
                             377        16 Loth


   8 Decher 4 Stück — 101 Rthl. 12 Gr. — 20 Dech. 4 St.?
4) 2 : 1             1725       12        5       1
   21        Facit   246 Rthl.  12 Gr.    51
3) 7                                   3) 17


   149 Rthl. 21 Gr. 4 ₰ — 9 Dech. 5 Stck — 260 Rthl. 8 Gr.?
8) 18 : 17 : 8 ₰                5 . 2    8) 32 . 13
4) 4    16    5                          4) 8   3 . 3
     112        (24                         195          (24
   1349   (12                              2343        (12
      .                                  21087      (9
      .                                    1171 . 5
      . . . . . . . . . . . . .           22258 | 5 Stück
      .                                    8764 | 16 Decher
      .                                      67 |
      . . . . . . . . . . . . .            6748 † 5 Stück.
```

Für
385 Rthl. 21 ß — 3 Last. 6 Tonn. — 1699 Rthl. 16 ß 6 ₰?
9261 ß   6 . 2   40792 ß 6 ₰
.   122377 : 6 Tonn.
.   20396 : 3 —
. . . . 142773 ┼ 9 Tonn.
.   50168 ┃ 15 Last
.   385
. . . . 46305 † 5 Tonnen

13 Rthl. 13 ß — 8 Dtzt 8 Stck — 39 Rthl. 20 ß 3 ₰
4) 3   9 . 3   4) 2 .   2   3) 13 : 6 : 9
3) 1   3 . 1 (24   2 . 6   318 : 9 : (24
27 — 1 ₰   3825 (12
325 (12   25) 153
25) 13   106
.   25 : 6
. . . . 331 ┼ 6
.   76 ┃ 25 Dutzend
. . . . 78 † 6 Stück

55 Ct 85 ℔ — 1380 Rthl. 9 ß — 40 Ct 50 ℔?
6135 (110   3) 460 : 3   4450
3) 2045.   3 . 8   267000 (60
.   17800 . . (400
.   556 : 6
. . . . 2047556 ┼ 6
.   2 11 ┃ 1001 Rthl.
. . . . 12270 † 6 ß

```
 30 C 12 ℔ — 310 Rß 12 ß — 32 C 70 ℔?
3312 (100          12.2        3590. (100
                                      × 310)
                              1077...
                               1795
·  .  .  .  .  .  .  .  .  .  1114695 † 336 Rß
                              21033
                                76
                                 8
·  .  .  .  .  .  .  .  .  .  44712 † 13 ß
                              11596
                                65
·  .  .  .  .  .  .  .  .  .  19872 † 6 S
```

```
5 Ball. 5 Rieß 5 Buch — 61 Rß 9 ß 4 S — 6 Ball. 6 Rieß 6 Buch
   55 · R.               8.3          66 R.
1105                     16.6         1326   × 61
                                     7956
                                      442 :
                                       73 : 16 :
·  .  .  .  .  .  .  .  .  .  81401 † 16 :
                              4056    73 Rß
                               73
                              17680 † 16 ß
                               6 3
```

8 mß

```
 8 mk 6 Lth — 75 Rthl 9 gr was 5 mk 4 Lth?
134                      6 . 4     84 . . × 300
 .                       3 . 3   4) 25200
 .                                  6300
 .                                   21
 .                                   10 . 12
 . . . . . . . . . .              6331 † 12 gr
 .                                 973 † 47 Rthl
 .                                   3
 . . . . . . . . . . . .           804 † 6 gr
```

```
  36 mk 9 Lth — 357 Rthl 12 gr — 87 mk 10 Lth 2 Qtl.?
           (16 5)                      (16
   585         71 : 12 :      1402 Lth     2 Qtl.
5) 117      3) 23 : 20 :      33648        2 . 2
3)  39      24 Rthl ÷ 4 gr       12 —
 .                    4 . 6   33660
 .                            ÷ 233 . 18
 . . . . . . . . .            33426 † 6
 .                             2273 † 857 Rthl
 . . . . . . . . . . . .         78 † 2 gr
```

die in C stehende 2 Quentchen sind zu 12 gr reducirt.

```
    198 Rthl 19 gr 6 Pf — 24 Zimm. 3 Dech. 6 St. — 66 Rthl 6 gr 6 Pf
6)  33 .  3 .  3 .  3) F. 8 Zimm. 1 Dech. 2 St.   11 .  1 .  1 .
11)  3    1 ,  1 .                                 1
```

31 W. 17 S. 3 V. — 934 Rh. 19 H. 6 S. — 5 W. 18 S. 2 V.
× 24 + 17 ... × 24
761 Schfl. ... 138 Schfl.
× 4 + 3 ... 554 Vrtl.
3047 Vrtl. ... 277: 2
277: 11.
×
. . . . . 1869 15
Facit 169 Rh. 23 H. $2\frac{2}{11}$ S.

67 mk 6 lo 1 Qtl. — 584 Rh. 12 H. — 14 mk 3 lo?
× 16 + 6 ... × 16 + 3
1078 ... 227
4313 × 4 + 1 ... 227: 908 × 4
227: 19 ... 4
. . . . . 2338 Rh. † 133 Rh.
481
24 † 1 H.
5
60 † $3\frac{3}{19}$ S.
3

4 C. 12 lb 21 lo — 26153 Rh. 11 H. 4 S. — 5 C. 76 lb 19 lo.
442 lb 130765. 8 . 3 . 626 lb
1808 (4 52306. . . . 3 . 8 * 2404 (4
14485 (8 6683. 16. 4 . 9 . 20051 (8
. 2506. 9.
. 278 11. 8
. . 524440327 1 Rh. 12 H. 8 S.
. 89886816 † 36203 Rh.
. 2942
. . . 67896 † 4 H.
. 965
. . . 115880 † 8 S.

17 m℔ 15 ℔ 3 Qtl. 3 ß -- 143 Rthl. 23 ℋ 3 ß -- 73 m℔ 13 ℔ 2 Qtl. 1 ß

```
 287 (16        144 Rthl ÷ 9 ß.   1181 (16
1151 (4               9.32.       4726 (4
4607 (4                          18905 (4
  .                               75620
  .                                75620
  .                              2722320
  .                            ÷    590.  18  9
  . . . . . . . . . . . . . . . . 2722729 Rthl 5 ℋ 3 ß
  .                               41829 †
  .                                  35   | 590 Rthl
  . . . . . . . . . . . . . . . .  86381 † 18 ℋ
  .                                40415
  .                                  3 5
  . . . . . . . . . . . . . . . .  41463 † 9 ß
```

7 Ball. 6 R. 9 B. 17 B. -- 127 Rthl 11 ℋ 5 ß -- 9 B. 8 R. 13 B. 19 B.

```
   76 Rß           8 . 3       98 Rß
 1529 Bch          3 . 8*    1973 Bch
36713 Bg           4 . 9     47371 Bg. × 127
  .                1 . 4      94742
  .                           331597
  .                            15790 : 8 —
  .                             5921 : 9 —
  .                              657 : 22 : 4
  .                              164 : 11 : 7
  . . . . . . . . . . . . . .  6038651 Rthl 2 ℋ 11 ß
  .                            2367379 † 164 Rthl
  .                              11481
  .                                77
  . . . . . . . . . . . . . . . 4258258 † 11 ℋ
  .                              58125
  .                               2141
  . . . . . . . . . . . . . . . 2569991 † 7 ß
```

Anhang
zur Regel de Tri.

Es hängt das Verkleinern der Verhältniße sehr von der Kenntniß der Zahlen und ihrer Eigenschaften ab. In so fern man dieses Verkleinern auf Unitäten oder gewiße bekannte Vortheile anwenden will, sind einige allgemeine Grundsätze und Beobachtungen wohl zu bemerken.

Ehe aber diese bekannt gemacht werden scheint es nothwendig, folgende Anmerkungen voraus zu schicken.

1) Eine Primzahl, ist diejenige, die sich durch keine kleinere aufheben läßt, ohne einen Bruch zum Rest zu geben, als 1 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 89 131 u. s. f.

2) Diejenige Zahl, die in einer gegebenen Größe ohne Rest aufgehen und, wo bey der Summe Brüche sind, keinen größern Bruch bilden, werden eine gemeines Maaß genennt.

Ist dieses gemeine Maaß eine selten vorkommende Zahl, so lohnt es nicht der Mühe, sie durch Proben, davon am Ende dieses Abschnitts mehreres gedacht werden wird, aufzusuchen.

Es werden also jetzt nur allein die Kennzeichen der gewöhnlichen Zahlen, die sich in angegebenen Summen aufheben laßen, angezeigt werden.

Es laßen sich also geradeauf theilen.

Durch 2. alle Zahlen, deren letzte Ziffer rechter Hand eine gerade Zahl ist, als 2 4 6 8 oder 0 z. B. in 536 266 158.

Durch 3. Wenn die Zusammenzählung der Ziffern in die Quere, eine solche Zahl angiebt, daß darin durch 3 dividirt kein Rest bleibt. Als 561 327 414 858. Nemlich 5 + 6 + 1 sind 12 und 3 geht in 12 auf.

Durch 4. Gehen alle gerade Summen auf, deren letzte 2 Ziffern zur rechten Hand, durch 4 dividiret, keinen Rest laßen. Z. B. 368 kann durch 4 ohne Rest getheilt werden; weil 4 in 68 aufgeht.

Durch 5. Alle die Summen deren letzte Zahl zur Rechten, eine 5 oder 0 ist.

Durch 6. Alle die Summen, deren letzte Zahl zur rechten Hand, gerade ist, und in sämtlichen Ziffern der Quere zusammengezählt, 3 aufgeht. Als 756 816 3426.

Die Untersuchung mit der 7 ist nur durch deren Division in die Summe welche verkleinert werden soll, anzurathen.

Durch 8. Solche Summen, deren 3 letzte Ziffern rechter Hand sich durch 8 dividiren laßen, ohne einen Rest zu geben. Z. B. 14712.

Durch 9. Alle Summen deren Zusammenzählung in der Quere eine Zahl angaben, in die sich 9 aufheben läßt. Als 643293.

Durch 10. Alle Summen deren lezte Zahl eine 0 ist, als 520 670.

Durch 11 Ist die Verfahrungart wie bey 7 angezeigt ist, zu empfehlen.

Es wollen zwar einige folgendes Kennzeichen von der 11 angeben: daß alle Zahlen die nichts übrig laßen, wenn ihre Ziffern von der linken zur rechten Hand

nach und nach von einander subtrahiret werden. Z. B.

3465 gehet in 11 auf, denn, wenn man die erste Ziffer 3 von der folgenden 4 abzieht, so bleibt 1; diese von der folgenden 6 ab, so bleiben 5; diese von der folgenden letzten 5 abgezogen, so bleibt nichts übrig; mithin geht die ganze Zahl in 11 gerade auf. Aber wie soll mit 98373 verfahren werden, in welchem 11 doch auch aufgeht?

Durch 12. Die Summen, wo bey Zusammenzählung der darin enthaltenen Zahlen, in die daraus entstandene Zahl, 3 sich aufheben, und in den beyden letzten, zur rechten Hand 4 sich ohne Rest dividiren läßt: Als 43848.

Alle diese Zahlen geben 27 an, worin 3 aufgeht, und in 48 läßt sich mit 4 ohne Rest dividiren.

Durch 15. Solche Summen, wo die letzte Ziffer rechter Hand, eine 5 oder 0 ist, und die Eigenschaften hat, um 3 aufheben zu können. Als 195 675 750.

Durch 16. Solche Summen, wo mit 16 in die 4 letzten Zahlen, zur rechten Hand dividiret, kein Rest bleibt, oder wo in die 3 letzten Zahlen, zur rechten Hand mit 8 dividiret, der Quotient eine gerade Zahl ist.

Durch 18. Können solche Summen getheilt werden, deren Unität eine gerade Zahl ist, und die Summen selbst die Eigenschaften haben, die bey der 9 erfordert werden; als 14364.

Durch

Durch 20. Alle Summen, deren letzte Zahl zur rechten Hand eine Nulle, und die vorletzte, eine gerade Zahl ist. Als 14680 24140.

Durch 24. Alle die Summen, die die Eigenschaften von den bey der 3 und 8 angeführten Kennzeichen verbunden haben, als 288 720 u. s. w.

Durch 25. Solche Summen, deren letzte Zahlen als Zehener und Unität, entweder 2 Nullen, oder eine Nulle, und die vorletzte eine 5 ist, oder, wo die letzte Zahl eine 5 ist, und ihr eine 2 oder 7 vorstehet, endlich, wenn solche, durch 4 vermehrt, zu Ende 2 Nullen geben. Die vorstehenden Zahlen sind in dem Fall zugleich der Quotient.

Im ersten Fall 100 200 u. s. f.
Im zweyten Fall 50 150 250 u. s. w.
und im 3ten Fall 75 225 275 u. s. f.

Durch 36. Wo die bey der 4 und 9 angeführten Kennzeichen zusammen treten: als 144 — 576.

Durch 48. Wo die bey 3 und 16 angeführten Kennzeichen verbunden werden.

Durch 50. Alle Zahlen, wo zu Ende der rechten Hand 2 Nullen, oder 50 stehen, oder durch 2 multipliciret zur rechten Hand 2 Nullen geben. Die vorstehenden bedeutlichen Zahlen, sind zugleich der Quotient. Als 150 200 21450.

Durch 125. Alle Zahlen die, durch 8 multipliciret, zur rechten Hand 3 Nullen geben. Als 625 1875.

Durch Uebung und fleißiges Nachdenken erlernt man von Zeit zu Zeit noch mehrere Vortheile, die, wenn sie auch nur specielle sind, dem aufmerksamen Beobachter im Rechnen viele Vortheile schaffen.

Fol-

Folgender Vortheil, deßen sich mehrere bedienen, mag die Regel de Tri in ganzen Zahlen beschließen.

Wenn 5 eine solche kleine Sorte ist, davon 24 ein Ganzes ausmachen, z. B. Scheffel, deren 24 auf einen Wispel gehen, Bogen mit 24 zu Buch, Groschen deren 24 1 Rthlr ausmachen u. s. w. so kann man gleich mit 5 in C dividiren. Als:

1 ℔ — 5 gr — 476 ℔?

95 Rthlr 5 gr
3 : 23 :

Facit 99 Rthlr 4 gr

Man darf hier blos annehmen, daß ein Thaler aus 25 gr bestünde, wovon 5 der 5te Theil wäre. Der Betrag aus Division durch 5 war also 95 Rthlr 5 gr, den Thaler zu 25 gr gerechnet; da aber der Thaler nur aus 24 gr bestehet, so mußte die Differenz a 1 gr vom Thaler, von 95 Thalern 3 Rthlr 23 gr seyn, die zu dem Betrag von 95 Rthlr 5 gr addirt werden mußten.

Der geübte Rechner würde diese 3 Rthlr 23 gr sogleich, ohne Untersetzung, zugerechnet haben, wo der Fall eigentlich eintrit, daß diese Methode zum Vortheil wird.

Exempel zur Uebung.

1 Elle 7 gr 6 ₰ — 43 Ellen?

5 — 5 8. 23.
2 gr 6 ₰ 2 5. 11. 6 ₰

13 Rthlr 10 gr 6 ₰

Für

Für — 6 Rthl. 6 Schfl. 1 Vtl. — 39 Rthl.?
5 . — 5 .   8 . 5
1 Schfl 1 Vtl 4.   2 . 1 . . 1

10 Wsp. 6 Sfl. 1 Vtl.

Facit 6) 1 Wsp. 6 Sfl. $\frac{1}{6}$ Vtl.

1 ℔ — 8 Rthl. 7 ß 6 ₰ — 348 ℔?
5 . 2   2784
2 ß 6 ₰ 2   72 . 12
36 . 6

Facit 2892 Rthl. 18 ß

Einleitung zur Bruch-Rechnung

von den Brüchen überhaupt.

Brüche sind Theile eines Ganzen, und da alles, was man eine Größe nennet, getheilet werden kann, und die Zahl auch eine Größe ist, so kommt ihr diese Eigenschaft ebenfalls zu.

Eins, als das kleinste Ganze, kann getheilt werden, und der kleinste Bruch selbst ist noch einer fernern Theilung bis ins unendliche fähig, indem jeder Bruch für sich wieder als ein Ganzes betrachtet werden kann.

Wenn man einen Bruch aussprechen will, so ist es nöthig, die Anzahl der Theile seines Ganzen, woraus er seine Existenz hat, anzugeben, und die Anzahl heißt man Nenner. Die Theile, welche die Größe oder den Werth des Bruchs bezeichnen, nennet man Zähler.

Man

Man pflegt den letztern zuerst auszusprechen, und zwar nach Anleitung der Numeration in ganzen Zahlen, dann aber den Nenner, zwar auch nach seinem Inhalt, aber mit dem Beysatz der Sylbe Theil, oder abgekürzt — tel: Als

$\frac{1}{2}$ Ein Halb. $\frac{2}{3}$ Zwey Drittheil. $\frac{3}{4}$ Drey Viertel. $\frac{5}{8}$ Fünf Achttel. $\frac{7}{12}$ Sieben Zwölftel u. s. f. Ein Bruch wird im Schreiben eben so, als im Aussprechen, behandelt. Der Zähler nimmt die obere Stelle ein, der Nenner die untere. Beyde Zahlen schneidet ein Querstrich. Als

$\frac{9}{10}$ Zähler. Nenner.

Die Bedeutung eines Bruchs ist einleuchtend: Z. B. $\frac{7}{8}$ Thaler ist so viel, daß der Thaler in 8 gleiche Theile getheilt worden, und 7 dieser Theile, die Größe und den Werth dieses Bruchs angeben.

Dadurch also, daß ein Ganzes in so viel gleiche Theile getheilt ist, als der Nenner angiebt, und man so viel Theile hat, als der Zähler sagt, entstehet ein Bruch. Es muß daher alles, was in der Arithmetik nicht ein Ganzes ist, ein Bruch seyn. Aber es folgt daraus noch nicht, daß ein Bruch nicht zugleich aus einem oder mehrern Ganzen bestehen könnte. Denn es ist natürlich, wenn der Zähler eines Bruchs größer ist, als sein Nenner; so enthält er so viel Ganze und Theile, als der Quotient durch Division des Nenners in den Zähler bringen würde. Als

$\frac{8}{8}$. ist ein Ganzes.
$\frac{9}{5}$. ist ein Ganzes und $\frac{4}{5}$.
$\frac{17}{6}$. sind 2 Ganze und $\frac{5}{6}$.

Um sich hiervon einen vollständigen Begriff zu machen, gehe man auf die Division in unbenannten Zahlen zurück. Der

Der Dividendus war allemal der Zähler, der Divisor der Nenner; der Quotient war die Größe des Ganzen, und wenn nach vollbrachter Division ein Rest blieb, wurde er zum eigentlichen Bruch gemacht, indem dieser Rest zum Zähler und der Divisor zum Nenner wurde.

Alle Brüche, die kein Ganzes ausmachen, werden ächte Brüche genannt; diejenigen aber, so ein Ganzes oder mehr betragen, benennt man unächte. Die Behandlung dieser ist übrigens, wie in der Folge vorkommen wird, mit jenen ganz gleich. Eine fernere Gattung von Brüchen sind die unreinen, wo bey ganzen Zahlen Brüche stehen. Als: $2\frac{1}{2}$ — $17\frac{5}{8}$ — $3\frac{4}{5}$ — u. s. w.

Eine andere Art Brüche, welche gebrochene Brüche, oder Brüche aus Brüchen heißen, fließen mittelbar aus dem Ganzen, und sind Theile eines Bruchs; als

$\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{6}$, aus $\frac{1}{8}$ u. s. w.

Gemengte Brüche sind endlich solche, die einen Zähler und zween Nenner haben, als

$$\frac{\frac{1}{2}}{4} \qquad \frac{\frac{1}{2}}{8} \qquad \frac{\frac{1}{6}}{16}$$

sie kommen im gemeinen Leben nur wenig vor, und sind bey Ellenwaaren, Stückzahl, Gewicht u. s. w. zuweilen im Gebrauch. Den eigentlichen Werth eines gemengten Bruchs erfährt man, wenn man die beyden Nenner mit einander vermehrt, und den Zähler unverändert darüber setzt. Als:

$\frac{\frac{1}{2}}{4}$ ist $\frac{1}{8}$ $\frac{\frac{1}{2}}{8}$ ist $\frac{1}{16}$ $\frac{\frac{1}{3}}{8}$ ist $\frac{1}{24}$ $\frac{\frac{1}{2}}{16}$ ist $\frac{1}{32}$ u. s. w.

Auch pflegen einige in ihren Rechnungen und Handlungen sich der Benennung und Bestimmung

$3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Elle. $2\frac{\frac{1}{2}}{8}$ Stein u. s. w. zu bedienen. Sie ver-

stehen

stehen darunter, daß das vorstehende Ganze der Zähler des letzten Nenner ist, und addiren den Theil des Bruchs dazu, also ist $3\frac{2\frac{1}{2}}{4}$. $\frac{7}{8}$, oder 3 ganze Viertel und ein halbes Viertel geben diesen Werth.

Es stellt also die Vorderzahl Ganze vor, welche mit dem ersten Nenner multiplicirt, dazu den Zähler addirt, den neuen Zähler giebt, die beyden Nenner mit einander vermehrt, werden zum neuen Nenner, woraus ein gewöhnlicher Bruch entsteht.

Behandlung der Brüche.

Den Werth eines Bruchs schätzt man nach der Größe des Zählers und Kleinheit des Nenners; denn jemehr Theile eines Ganzen der Bruch hat, desto größer ist sein Werth, und je geringer die Menge der Theile im Zähler, desto weniger ist der Bruch werth. Er verliert also, wenn ich den Nenner vergrößere, ohne dem Zähler ein gleiches widerfahren zu lassen, und umgekehrt, wenn ich den Zähler verkleinere, und den Nenner behalte.

Er gewinnt aber an seinem Werth, wenn der Zähler vergrößert wird, und der Nenner bleibt, oder dieser verkleinert wird, und man den Zähler unverändert läßt.

Im vorhergehenden Abschnitte sind die gewöhnlichen Arten von gebrochenen Zahlen und ihr Wesen angezeigt; jezt sollen einige Behandlungen derselben folgen.

1 Einen unächten Bruch in einen unreinen Bruch zu verwandeln, oder welches einerley ist, zu untersuchen, wie vielmal der Nenner in dem Zähler enthalten ist. Weil wie Seite 241 gesagt ist der Zähler allemal als Dividendus, drr Nenner hingegen als Divisor angenommen werden muß; so folgt

folgt, daß durch Division des Nenners in den Zähler der unreine Bruch entsteht, als

$\frac{48}{7}$ sind $6\frac{6}{7}$ $\frac{143}{25}$ sind $5\frac{18}{25}$

nemlich 7 sind in 48 $6\frac{6}{7}$ mal, und 25 in 143 $5\frac{18}{25}$ mal enthalten und folglich ist der Quotient der unreine Bruch.

2. Einen unreinen Bruch in einen reinen zu verwandeln, welches gewöhnlich Brüche einrichten benennt wird.

Das umgekehrte Verfahren der vorstehenden Anweisung, (welches mit der Probe auf die Division, Seite 39, ganz gleich ist) gibt die Regel hierzu an. Man multiplicire die ganzen Theile mit dem Nenner und addire zum Produkt den Zähler. Z. B.

$6\frac{4}{15}$ sind $\frac{94}{15}$ $8\frac{72}{84}$ sind $\frac{744}{84}$

3. Einen Bruch zu vergrößern ohne seinen Werth zu verändern.

Beym vergrößern wird Zähler und Nenner mit gleicher Zahl multiplicirt; als

$\frac{1}{2}$ mit 4 sind $\frac{4}{8}$, $\frac{1}{2}$ mit 6 sind $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{4}$ mit 9 sind $\frac{27}{36}$

Hieraus folgt daß $\frac{1}{2}$ gleich ist $\frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{9}{18}$
$\frac{3}{4}$ gleich sind $\frac{27}{36} = \frac{48}{64} = \frac{96}{120}$

und beziehet sich dieß Verfahren auf die Regeln von der Proportion.

4 Einen Bruch ohne Verletzung seines Werths zu verkleinern.

Es muß das geometrische Verhältnis zwischen dem Zähler und Nenner beständig bleiben, wie aus der Vergrößerungmethode erhellt. Daher muß die Zahl, welche das Maaß zur Verkleinerung abgiebt, im Zähler und Nenner ohne Rest aufgehen.

Verschiedene Kennzeichen solcher Summen, die sich durch 2 3 4 5 6 8 9 10 12 16 18 24 25 u. s. w. theilen laßen sind in einer besondern Abhandlung (Seite 137) angezeigt, und auf den jetzigen Zweck anwendbar. z. B.

$\frac{6}{9}$ durch 3 verkleinert sind $\frac{2}{3}$, weil 3 in Zähler und Nenner ohne Rest aufging

$\frac{48}{96}$ verkleinert durch 48 sind $\frac{1}{2}$.
$\frac{128}{320}$ „ „ 64 „ $\frac{2}{5}$.
$\frac{25}{75}$ „ „ 25 „ $\frac{1}{3}$.
$\frac{192}{248}$ „ „ 8 „ $\frac{24}{31}$.
$\frac{1425}{3615}$ „ „ 15 „ $\frac{95}{241}$.

Wo aber der Zähler oder Nenner aus einer Zahl bestehen, die keine von den angegebenen Kennzeichen hat; so dividire man den Zähler in den Nenner. Geht er darinnen auf: so ist 1 der Zähler und der Quotient der Nenner, als

$\frac{37}{111}$ verkleinert durch 37 ist $\frac{1}{3}$, $\frac{17}{119}$ durch 17 ist $\frac{1}{7}$

Bleibt aber ein Rest: so wird solcher zum Divisor und der Zähler, als der vorige Divisor, zum Dividendus. (Der Quotient dient zu nichts und bleibt allemal weg.) Kommt auch hier ein Rest: so wird dieser wieder der Divisor und der vorherige Divisor der Dividendus, bis endlich ein solcher Rest entweder aufgeht oder eine 1 übrig läßt. Im letzten Fall kann der Bruch nicht verkleinert werden. Im ersten aber läßt sich derselbe allemal durch den lezten Divisor verkleinern, der in dem lezten Dividendus aufging. Als

$\frac{69318}{115530}$ 69318 : 115530 †
Rest 46212 : 69318 †
Rest 23106 : 46212 † geht auf.

Also

Also ist 23106, als der letzte Divisor, das Maaß zu dem Bruch $\frac{69318}{115530}$ und verkleinert ihn zu $\frac{3}{5}$ weil der Quotient aus dem Zähler dadurch 3 und der aus dem Nenner 5 ist

Hingegen $\frac{382}{519}$ ist nicht zu verkleinern, weil nach dieser Angabe 1 zum Rest bleibt. Als

382 : 519 †

Rest 137 : 382 †

Rest 108 : 137 †

Rest 29 : 108 †

Rest 21 : 29 †

Rest 8 : 21 †

Rest 5 : 8 †

Rest 3 : 5 †

Rest 2 : 3 †

Rest 1

Wenn aus dem Großen ins Kleine gerechnet wird; so werden solche große Brüche selten mit solcher Genauigkeit angenommen. Der Bruch $\frac{382}{519}$ ist um ein unbeträchtliches kleiner als $\frac{17}{23}$. Denn wenn nach Anleitung der Proportion zu beyden ein General-Nenner und der dazu gehörige Zähler gesucht wird; so wird man nur eine Differenz von $\frac{37}{11937}$ oder $\frac{1}{376}$ finden, welche unbedeutend genug ist.

5. Von der Proportion der Brüche, oder kleinsten General-Nenner.

In dem General-Nenner müßen alle Nenner der aufgegebenen Brüche ohne Rest aufgehen. Er wird gesucht, wenn mehrere Brüche von verschiedenen Nennern einen gemeinschaftlichen Nenner haben sollen, um den Werth eines Bruchs gegen den andern genau bestimmen zu können, und wo man zugleich dahin zu sehen hat, daß dieser General-Nenner so klein als möglich sey.

a) Wenn in dem grösten Nenner die übrigen sich alle aufheben laßen; so ist dieser gröste Nenner der General-Nenner. z. B.

$$\frac{1}{3}$$
$$\frac{1}{12}$$

Der Nenner des ersten Bruchs läßt sich in dem Nenner des andern Bruchs aufheben, denn 3 ist in 12 4mal enthalten. Um nun den Zähler des ersten Bruchs zu 12 als dem General-Nenner zu finden, multiplicire man mit dem Quotienten 4 den Zähler 1, so erhält man $\frac{4}{12}$ welches mit $\frac{1}{3}$ gleich ist und wo die in der dritten Behandlungart der Brüche angezeigte Veränderungmethode (Seite 145) eintritt. Es sind zum Beyspiel, nachstehende Brüche unter einen Nenner zu bringen, folgender Gestalt anzulegen

16 General-Nenner

$\frac{3}{4}$	$\frac{12}{16}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{10}{16}$
$\frac{7}{16}$	$\frac{7}{16}$

Nemlich beym ersten Bruch wurde der Zähler durch 4 vermehrt, weil deßen Nenner so viel mal in dem General-Nenner enthalten war. Beym 2ten Bruch wurde der Nenner 8 in den General-Nenner 16 dividirt, mit dem Quotienten 2 deßen Zähler vermehrt, der dadurch 10 wurde. Der dritten Zähler blieb. Die zu diesen Zählern gehörige Nenner gibt der General-Nenner, wie aus dem ganzen Verfahren hervorgehet.

b) Wenn aber unter mehreren aufgegebenen Brüchen der gröste Nenner die Eigenschaft nicht hat, daß die übrigen Nenner sich darin aufheben laßen; so untersucht man

aa) ob etwa einige kleine Nenner in andere Nenner dazu paßend sind, in welchem Fall diese kleine Nenner nur ausgestrichen werden dürfen.

bb)

bb) oder ob sich Zahlen finden, die das gemeine Maaß zu andern abgeben.

Bey diesem zweeten Falle merke man sich hauptsächlich, daß die Zahl, welche das gemeine Maaß abgibt, allemal selbst als Multiplicator oder als ein Factor angenommen werden muß, um den General-Nenner zu finden, wenn die Verkleinerung nicht weiter statt hat.

Es werden also die verkleinerten Zahlen mit einander vermehrt und das Produkt durch die Zahlen, welche zur Verkleinerung dienten, multipliciret, woraus der General-Nenner entsteht.

Folgende Beyspiele sollen dieses deutlicher machen, Als:

	5	2
3/~~5~~		
4/~~7~~		
9/~~10~~	~~2~~	
11/14	~~14~~	7
8/~~15~~	~~3~~	
2/~~3~~		
5/6	~~6~~	3 × 7 × 2 × 5 = 210

Es sind die Nenner 5, 7 und 3 ausgestrichen weil 5 in 10, 7 in 14 und 3 in 6 aufgingen. Von den übrigen

 Nen-

Nennern wurden 10 und 15 durch ihr gemeines Maaß 5 verkleinert und die Quotienten in die zwote Columne gesetzt: Die übrigen Nenner wurden darin ohne Veränderung aufgeführt, weil 5 kein gemeines Maaß zu ihnen war. Es entstanden also folgende Nenner 2, 14, 3 und 6. Weil 2 in 14 und 6, und 3 in 6 aufging, so wurden 2 und 3 ausgestrichen, und zuletzt 14 und 6 durch die über die dritte Columne stehende 2 verkleinert, wo die Zahlen 7 und 3 entstanden. Beyde mit einander vermehrt sind 21 × 2 sind 42 × 5 sind 210.

Um die Zähler zu dem General-Nenner 210 zu finden mache man noch eine Columne, worüber dieser General-Nenner gesetzt wird und dividire ihn durch eines jeden Bruchs Nenner. Den Quotienten setze man in diese neue Columne und zwar in die Gegend wo der Nenner stehet, der den Divisor abgab. In die letzte Columne kommt endlich das Produkt eines jeden Quotienten mit dem Zähler seines Bruchs multipliciret, und dieses Produkt ist der neue Zähler zum General-Nenner. Als:

5	2		210	
3/5			42	126/210
4/7			30	120/210
9/10	2		21	189/210
11/14	14	7	15	165/210
8/15	3		14	112/210
2/3			70	140/210
5/6	6	3	35	175/210

$3 \times 7 \times 2 \times 5 = 210.$

Jeder

Jeder der Quotienten der 210 ist mit seines Bruchs Zähler multipliciret. Denn durch Division mit eines jeden Bruchs Nenner in den General-Nenner war nur der einfache Theil jedes aufgegebenen Bruchs aus dem General-Nenner gezogen. Z. B. $\frac{42}{210}$ ist nur $\frac{1}{5}$; der Werth des Bruches aber sollte $\frac{3}{5}$ seyn, also muste 42 durch 3 multiplicirt werden, damit das Verhältniß von $\frac{3}{5}$ zu $\frac{126}{210}$ entstand.

Eine gleiche Beschaffenheit hat es mit allen übrigen Brüchen.

Exempel zur Uebung.

	3	2	2520	
$\frac{2}{3}$			840	$\frac{1680}{2520}$
$\frac{3}{5}$	5	5	504	$\frac{1512}{2520}$
$\frac{5}{6}$	2		420	$\frac{2100}{2520}$
$\frac{2}{7}$	7	7	360	$\frac{720}{2520}$
$\frac{3}{8}$	8	4	315	$\frac{945}{2520}$
$\frac{5}{9}$	3	3	280	$\frac{1400}{2520}$

$3 \times 4 \times 7 \times 5 \times 2 \times 3 = 2520$

	4	2	1680	
$\frac{2}{3}$			560	$\frac{1120}{1680}$
$\frac{3}{4}$			420	$\frac{1260}{1680}$
$\frac{2}{5}$			336	$\frac{672}{1680}$
$\frac{5}{6}$			280	$\frac{1400}{1680}$
$\frac{3}{7}$	7	7	240	$\frac{720}{1680}$
$\frac{5}{8}$			210	$\frac{1050}{1680}$
$\frac{7}{10}$	10	5	168	$\frac{1176}{1680}$
$\frac{7}{12}$	3	3	140	$\frac{980}{1680}$
$\frac{13}{16}$	4	4	105	$\frac{1365}{1680}$

$$4 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2 \times 4 = 1680.$$

Wenn aber die Nenner gegen einander nicht zu verkleinern sind, so bleibt nichts übrig, als sie sämtlich mit einander zu vermehren, um den General-Nenner zu erhalten. Die Zähler werden auf obige Art gefunden. Z. B.

	11220.	
$\frac{3}{5}$.	2244	$\frac{6732}{11220}$
$\frac{7}{12}$.	935	$\frac{6545}{11220}$
$\frac{8}{17}$.	660	$\frac{5280}{11220}$
$\frac{9}{11}$.	1020	$\frac{9180}{11202}$.

Eine

Eine zwote Behandlung, die Nenner zu verkleinern, ist von der vorigen darin unterschieden, daß die Brüche alle in eine Reihe nebeneinander gesetzt werden. Z. B.

```
     3   4   9   11   8   2   5
     —   —   —   ——   —   —   —
     5   7   10  14   15  3   16
5)————————————————————————————————
         2   14  3        6.
  2)————————————————————————————————
     5 × 2 × 7 ×          3. = 210.
```

Auch hier wurden die kleinern Nenner, die in den grössern aufgingen, ausgestrichen, dann die Zahlen, die durch 5 verkleinert werden konnten, dividirt und die Quotienten unter die Linie gesetzt; was dadurch nicht aufgehoben werden konnte, wurde ebenfalls ganz untergezeichnet, und wieder die kleinern Nenner, die in den größern aufgingen, ausgestrichen; die übrig gebliebenen durch 2 dividirt, dann die Quotienten und beyden Zahlen, als 5 und 2, welche das Maaß angaben, mit einander vermehrt, woraus der kleinste General-Nenner entstand.

Resolutio der Brüche.

Einen Bruch zu resolviren oder aufzulösen heißt: bestimmen, wie viel kleinere Theile er von einem ganzen enthält und worein derselbe gewöhnlich getheilt wird. Als: $\frac{3}{4}$ Rthl. wie viel sind es Groschen? Man multiplicirt den Zähler mit der Anzahl von kleinern Sorten, die das Ganze hat, und dividirt das Produkt mit dem Nenner.

```
¾ Rthl. — 24 gr.
          ————
          72   (3
  4)——————————
          18 gr.
```

$\frac{5}{8}$ Rℓ — 24 ℋ
120 (5
8) 15 ℋ

$\frac{11}{12}$ Rℓ — 24 ℋ
264 (11
12) 22 ℋ

$\frac{7}{8}$ ℔ — 32 Loth
224 (7
8) 28 Loth.

Oder: wenn sich der Nenner in die Anzahl der Sorten vom Ganzen aufheben läßt; so dividirt man darin zuerst mit dem Nenner und multiplicirt den Quotienten durch den Zähler. Als:

$\frac{3}{4}$ Rℓ — 24 ℋ
4) 6
18 ℋ (3

$\frac{5}{6}$ Rℓ — 24 ℋ
6) 4
20 ℋ (5

$\frac{11}{16}$ ℔ — 32 Lo:
16) 2
22 Loth. (11

Ist aber der Bruch von solcher Beschaffenheit, daß der Nenner in der Zahl nicht aufgeht, die das Ganze an Theilen enthält, so bleibe man bey der ersten Verfahrungart, und wo der Nenner einen Rest übrig läßt, mache man ihn entweder zum Bruch und verkleinere ihn, oder dafern dieser Bruch

Bruch etwa noch auf ein solches kleineres Ganze Beziehung hätte, das wieder mehrere Sorten in sich enthielte, so resolvire man den Bruch auf diese kleinern Theile. Als:

$\frac{7}{8}$ C wie viel sind es ℔ und L°?

110 × 7

770

8) 96 $\frac{2}{8}$ ist $\frac{1}{4}$ ℔. — 32 Loth

4) 7 L°

$\frac{5}{16}$ C wie viel sind es ℔?

110 ℔

550 (5

16) $34\frac{3}{8}$ ℔

$\frac{5}{8}$ C wie viel sind es ℔?

110 ℔

550 (5

8) $68\frac{3}{4}$ ℔

$\frac{11}{16}$ C wie viel sind es ℔?

110 ℔

1210 (11

16) 75 $\frac{5}{8}$ ℔.

$\frac{15}{16}$ C wie viel sind es ℔?

110

1650 (15

16) 103 $\frac{1}{8}$ ℔

$\frac{15}{16}$ Rthl. wie viel sind es Groschen und Pfennige?

24

360 (15

16) $22\frac{1}{2}$ gr oder 6 ₰

$\frac{9}{67}$ Mk wie viel sind es ß und ₰?

16

67: 144 (9

10 — 2 ß

× 12

120

53 — 1 $\frac{53}{67}$ ₰

Auch

Auch gehört hieher wenn man wißen, will wie viel ein Bruch aus einer angegebenen Größe enthält. Z. B.

$\frac{3}{4}$ aus 100
4) 25 × 3
75.

Wenn aber von einem unreinen Bruch die Rede ist, dessen Inhalt aus einer gegebenen Größe man wissen will, so muß zuerst der Bruch eingerichtet, oder als ein unreiner Bruch in einen unächten verwandelt, mit dem Nenner die angegebene Größe vermehrt, nnd mit dem aus der Einrichtung entstandenen Zähler das Produkt dividirt werden. Als:

$66\frac{2}{3}$ wie vielmal in 200?
200 — 600(3
2) 3. mal.

Es ist also $66\frac{2}{3}$ in 200 3 mal enthalten. Mehreres hiervon lehrt die Division in gebrochenen Zahlen.

Reductio der Brüche.

Einen Bruch zu reduciren heißt, die aufgegebenen kleinern Sorten zu den Theilen ihres Ganzen vermittelst eines Bruchs zu bilden, und ist die Verfahrungart davon die umgekehrte Behandlung des vorigen Abschnitts.

Man nehme nur an, daß alle Sorten eines Ganzen Brüche deßelben sind, daß folglich 15 ℋ $\frac{15}{24}$ Thaler, 100 ℔ $\frac{100}{110}$ ℒ sind u. s. w. so wird man sich von der Beschaffenheit der Reduction einen vollständigen Begriff machen können.

Um diese Reduction so genau als möglich durch zu gehen, sollen folgende 3 Abtheilungen entworfen werden.

a)

a) Wenn die angegebene Sorte kleiner Theile nur aus einer oder mehrern ganzen Zahlen besteht: so werden diese Zahlen der Zähler; die Anzahl der Theile, welche das Ganze dieser Sorten hat, zum Nenner, und der Bruch wird sodann verkleinert. Als:

8 ₰ der wie vielste Theil eines Groschen sind sie?

$$\frac{8}{12} \,\Big|\, \overset{4}{\frac{2}{3}}\ ℋ$$

Es hat nemlich 1 ℋ 12 ₰ — 8 ₰ sind also $\frac{8}{12}$ verkleinert $\frac{2}{3}$ ℋ

9 ℋ der wie vielste Theil aus 1 ℛ𝓉 sind sie?

$$\frac{9}{24} \,\Big|\, \overset{3}{\frac{3}{8}}\ ℛ𝓉$$

10 ß der wie vielste Theil aus 1 ℳℊ sind sie?

$$\frac{10}{16} \,\Big|\, \overset{2}{\frac{5}{8}}\ ℳℊ$$

b) Bestehet aber die Anzahl der kleinern Sorten aus einem Bruche, so verwandle man ihn in einen unächten; dieses wird der Zähler, mit dem gehabten Nenner vermehre man die Anzahl der Theile, die das Ganze von den kleinern Sorten hat, und verkleinere alsdenn den Bruch. Als:

13 $\frac{3}{4}$ ℔. der wievielste Theil aus 1 ℭ sind sie?

$$\frac{13\frac{3}{4}}{\overset{55}{440}} \,\Big|\, \overset{55}{\frac{1}{8}}\ ℭ \qquad 110 \times 4$$

10$\frac{2}{3}$ ß was ists für ein Bruch aus 1 ℳℊ?

$$\frac{10\frac{2}{3}}{\overset{32}{48}} \,\Big|\, \overset{16}{\frac{2}{3}}\ ℳℊ. \qquad 10\tfrac{2}{3} - \frac{16}{48} \times 3$$

$13\frac{1}{2}$ Mℋ was ists für ein Bruch aus 1 Rℓ?

$$\frac{\frac{13\frac{1}{2} \cdot \quad 36}{27}}{72} \Big| \frac{9}{\frac{3}{8}} \text{ Rℓ}$$

$12\frac{1}{2}$ ß Sterl. was ists für ein Bruch aus 1 L. Sterl.

$$\frac{\frac{12\frac{1}{2} \cdot \; - \; 20}{25}}{40} \Big| \frac{5}{\frac{5}{8}} \text{ L. Sterl.}$$

$8\frac{3}{5}$ Sous tourn. was ists für ein Bruch aus 1 L.?

$$\frac{\frac{8\frac{3}{5} \; - \; 20}{43}}{100} \text{ L. } \frac{43}{100}$$

$12\frac{3}{4}$ Stübr. was ists für ein Bruch aus 1 fl.?

$$\frac{\frac{12\frac{3}{4} \; - \; 20}{51}}{80} \text{ fl. } \frac{51}{80}$$

c) Wenn endlich die angegebene kleinere Sorten aus 2 solchen bestehen, daß die erste unmittelbar aus dem Ganzen, und die zwote aus der ersten kleinern Sorte bestehet, und man den Theil, den sie beyde aus dem ursprünglich Ganzen haben, wißen will; so resolvire man die erste Sorte zur kleinern, addire die 2te dazu; so hat man den Zähler, die Theile der ersten Sorte aus dem Ganzen vermehre man mit den Theilen aus der 2ten Sorte, dieses wird der Zäh er, der Bruch wird alsdann verkleinert. Als:

21 ℋ 4 ß was ists für ein Bruch aus 1 Rℓ.?

$$\frac{\frac{21 \text{ ℋ } 4 \text{ ß}}{256}}{288} \Big| \frac{32}{\frac{8}{9}} \text{ Rℓ} \quad (12 \times 4$$

16 Stüber 8 ₰ holländ. was ists für ein Bruch aus 1 fl.?

264 | 8 (16 × + 8
320 | $\frac{33}{40}$ fl.

Nemlich: die Stüber wurden mit 16 zu Pfennigen resolvirt und die 8 ₰ dazu gezählt, das Gekommene gab den Zähler. Ein Gulden hat 20 Stüber und 1 Stüber 16 ₰ mit einander vermehrt, brachte den Nenner.

Exempel zur Uebung.

14 gr. $4\frac{4}{5}$ ₰ aus 1 Rthl.

172 $\frac{4}{5}$ (12 + $5\frac{4}{5}$ — 24
864 288 — 288 (12
1440 | $\frac{3}{5}$ Rthl. — 1440 (5

20 gr. $6\frac{6}{7}$ ₰ aus 1 Rthl.

246 $\frac{6}{7}$ 288 (12 × $6\frac{6}{7}$ — 24
1728 | $\frac{6}{7}$ Rthl. — 288 (12
2016 — 2016 (7

1 mk 3 ß. $2\frac{2}{5}$ ₰ aus 1 Hamburger Rthl.?

19 (16 — 3 — (3
$220\frac{2}{5}$. 575 — 48 (16
1102 | $\frac{2}{5}$ Rthl. — 576 (12
2880 — 2880 (5

73 ℔ $10\frac{2}{3}$ Loth aus 1 Ctr.?

$2346\frac{2}{3}$ (32 — 110
7040 352 — 3520 (32
1056 | $\frac{2}{3}$ Ctr. — 10560 (2

Auch

Auch kann man solche Zahlen zum Bruch reduciren die sich auf angegebene Größen beziehen. Z. B.

Der wie vielste Theil ist 25 aus 100? und dann ist die in der ersten und zwoten Abtheilung angegebene Methode durchaus anwendbar als:

$$\frac{25}{100}\ \begin{matrix}\text{— Zähler}\\ \text{Nenner}\end{matrix}\ \Big|\ \frac{25}{\frac{1}{4}}$$

29 aus 100 $\frac{29}{100}$ Theil

$66\frac{2}{3}$ der wie vielste Theil ist es aus 100?

$$66\frac{2}{3} \qquad 100$$

$$\frac{2|00}{3|00}$$ nemlich statt der Verkleinerung sind die Nullen gegeneinander abgestrichen.

Exempel zur Uebung.

7 aus $12\frac{1}{4}$: 28 (4, 49; 49; $\frac{7}{49} = \frac{4}{7}$

$5\frac{1}{2}$ aus $8\frac{1}{4}$: 11, 33 (4; $\frac{22}{33} = \frac{44}{66}$; $\frac{2}{3}$

$6\frac{3}{4}$ aus $20\frac{1}{4}$: 27, 81; $\frac{27}{81} = \frac{1}{3}$

$60\frac{3}{8}$ aus $103\frac{1}{2}$: 483, 966 (2, 1656; 207, 1656 (8; $\frac{138}{\ldots} = \frac{7}{12}$

Von gebrochenen Brüchen oder Brüche aus Brüchen.

Was sie sind, ist bereits in der Abhandlung, Seite 143) gesagt. Hauptsächlich kommen sie im gemeinen Leben bey

Erb:

Erbschafttheilungen, oder Antheilen an einem gemeinschaftlichen Fond vor, als bey Schifsparten, u. dergl.

Um den einfachen Bruch dieser gebrochenen Brüche zu erfahren, multiplicire man ihre Zähler mit einander, und eben so ihre Nenner. Jener Produkt wird der neue Zähler, dieser der neue Nenner. Die Verkleinerung wird auch hierbey nicht aus der Acht gelassen. Als:

$$\frac{2}{3} \text{ aus } \frac{3}{4} \;—\; \frac{6}{12} \,\Big|\, \overset{6}{\frac{1}{2}}$$

Um jedoch des Verkleinerns überhoben zu seyn, hebe man die Zähler gegen die Nenner auf, oder verkleinere sofort die Zähler durch solche Zahlen, die in beyden aufgehen. Als:

$$\frac{1\,\not{2}}{\not{3}} \text{ aus } \frac{1\,\not{3}}{2\,\not{4}} = \frac{1}{2}$$

Der Nenner des ersten Bruchs ist gegen den Zähler des zweeten aufgehoben, und der Zähler des ersten Bruchs gegen den Nenner des Zweeten. Da nun keine weitere Multiplication statt finden konnte, weil 1 nicht vermehrt, so wurde die 1 der Zähler, und die bey den Nennern übriggebliebene 2 der Nenner, folglich $\frac{1}{2}$.

Will man sich einen richtigen Begrif davon machen, was Brüche aus Brüchen bedeuten; so durchdenke man folgendes Beyspiel.

A Hat an einem Guthe die Hälfte Eigenthumsrecht. Er verkauft davon an B $\frac{1}{3}$ seines Rechts. B verkauft von seinem Drittheil wieder $\frac{1}{4}$ an C. Nun fragt sichs, den wievielsten Theil C an diesem Guthe hat?

$\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$. Facit $\frac{1}{24}$.

Man kann, um sich in Berechnung der Aufgaben weniger zu irren, die Zähler von den Nennern trennen, und also 2 besondere Columnen bilden. Jene setze man zur linken Hand, und in einer kleinen Entfernung zur Rechten die Nenner untereinander. Dann hebe oder verkleinere man die Zähler gegen einander. Als:

$\frac{8}{17}$. $\frac{9}{16}$. $\frac{17}{24}$. $\frac{19}{21}$. $\frac{7}{8}$. aus $\frac{3}{4}$.

Zähler	Nenner
8	~~17~~
3 ~~9~~	~~16~~. 2
~~17~~	~~24~~. 8
19	~~21~~. ~~7~~
~~7~~	8
3 + 19 3	4 + 8 + 8 + 2.
57	512

Facit $\frac{57}{512}$

Exempel zur Uebung.

$$\frac{\cancel{3}}{4} \text{ aus } \frac{\cancel{2}}{\cancel{5}} \text{ aus } \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}\,2} \text{ aus } \frac{1}{\cancel{2}}.$$

ist $\frac{1}{8}$.

Wie viel ist $\frac{1}{2}$ aus $\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}$ aus $\frac{\cancel{5}}{\cancel{6}\,2}$ aus $\frac{\cancel{4}}{\cancel{5}}$ aus 800 Rℓ?

Facit $\frac{1}{4}$ aus 800 ist 200 Rℓ?

Wie viel ist $\frac{4}{5}$ aus $\frac{\cancel{3}}{\cancel{7}}$ aus $\frac{2}{9}$ aus $\frac{\cancel{7}}{\cancel{12}}$ aus 4500 Rℓ?

3

Facit $\frac{2}{45}$ ist aus 4500 Rℓ 200 Rℓ?

A hat an einem in See gehenden Schiff $\frac{4}{9}$, verkauft davon an B $\frac{3}{5}$., dieser verkauft davon an C $\frac{3}{4}$. und dieser an D wieder $\frac{5}{8}$. Es frägt sich daher; den wievielsten Theil D an dem Schiff hat?

$$\text{A. } \frac{\not 9}{\not 4} \quad \text{B. } \frac{\not 3}{\not 5} \quad \text{C. } \frac{\not 3}{\not 4} \quad \text{D. } \frac{\not 5}{8}$$

$\not 3$

Facit $\frac{1}{8}$.

Es ist nun noch zu bemerken, daß Brüche aus Brüchen, wenn sie addirt, subtrahirt, multiplicirt und dividirt werden sollen, allemal zu einem einfachen Bruch gebildet werden müssen.

Addition in Brüchen

Läßt sich in drey Abschnitte eintheilen.

1. Wenn die Brüche gleiche Nenner haben,
2. Wenn sie ungleiche Nenner haben, doch so, daß sie in dem größten aufgehen.
3. Wenn der Generalnenner gesucht werden muß.

In allen Fällen entsteht aus der Zusammenzählung der gebrochenen Zahlen ein Bruch, entweder ein ächter oder ein unächter. Dieser muß, (wenn sonst kein Specialvortheil es verbietet) zu einem unreinen Bruch gebildet werden.

Haben also

1. die Brüche gleiche Nenner, so darf man blos die Zähler nach den Regeln der Addition zusammenzählen. Ist ihre Summe größer als der Werth des Nenners, so theile man diese Summe durch den Nenner; der Rest wird zum Bruch, und die ganzen Theile, welche der Quotient angiebt, vorgesetzt: Finden sich aber in der Auf-

gabe ganze Theile; so werden die aus den zusammengezählten Brüchen entstandenen Ganze dazu summirt. Als:

$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{7}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{7}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{7}{4}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{6}{7}$
ist $1\frac{3}{4}$	$\frac{24}{12}$	$\frac{2}{7}$
	oder 2 Ganze	$\frac{4}{7}$
		$\frac{21}{7}$ sind 3 Ganze.

$1\frac{3}{8}$ Rthl.	$3\frac{5}{16}$ L.	$3\frac{3}{4}$ Stb.
$7\frac{5}{8}$ "	" $\frac{15}{16}$ "	$7\frac{1}{4}$ "
$6\frac{1}{8}$ "	$6\frac{3}{16}$ "	$6\frac{3}{4}$ "
$5\frac{7}{8}$ "	$5\frac{9}{16}$ "	$5\frac{1}{4}$ "
$11\frac{3}{8}$ "	$7\frac{13}{16}$ "	$9\frac{1}{4}$ "
$4\frac{7}{8}$ "	" $\frac{7}{16}$ "	$7\frac{3}{4}$ "
$3\frac{1}{8}$ "	$8\frac{1}{16}$ "	$8\frac{1}{4}$ "
$40\frac{3}{8}$ Rthl.	$2\frac{11}{16}$ "	$48\frac{1}{4}$ Stb.
	$4\frac{15}{16}$ "	
	$39\frac{15}{16}$ L.	

Im ersten der letztern 3 Aufgaben, gaben die Zähler $\frac{27}{8}$, so 3 Ganze und $\frac{3}{8}$: im 2ten Exempel $\frac{79}{16}$, so 4 Ganze und $\frac{15}{16}$: im 3ten Beyspiel $\frac{13}{4}$, so 3 Ganze und $\frac{1}{4}$ betragen, wo die Ganzen allemal zu ihres gleichen mit aufgezählet wurden.

2. Wenn zwar die Brüche ungleiche Namen haben, aber doch in dem Größten dieser Nenner aufgehen; so findet die Regel statt, die bey der Anweisung vom General-

nenner

nenner gelehrt ist, daß alle Brüche zu diesem Haupt-Nenner gemacht, und darnach die Zähler gefunden werden müssen. Z. B.

		12
$3\frac{1}{2}$	Rt.	6
$5\frac{7}{12}$	:	7
$8\frac{3}{4}$	:	9
$9\frac{5}{6}$	:	10
— $\frac{2}{3}$	:	8
$8\frac{1}{6}$	:	2
$36\frac{1}{2}$	Rt.	42
		12 ist $3\frac{1}{2}$.

Weil der Hauptnenner 12 oberhalb der senkrechten Linie bereits bemerkt war, so war dessen jedesmalige Wiederholung überflüßig, da nach der gegebenen Anleitung blos die Zähler summirt werden dürfen. Ihre Hauptsumme 42. ist mit dem Generalnenner 12 zu 3 Ganzen und $\frac{5}{12}$ gemacht, welche $\frac{6}{12}$ verkleinert durch 6 — $\frac{1}{2}$ sind.

Exempel zur Uebung.

		16
$5\frac{1}{4}$	fl	4
$7\frac{1}{2}$	:	8
$8\frac{11}{16}$	:	11
$13\frac{3}{4}$	:	12
$7\frac{5}{8}$	:	10
$11\frac{3}{8}$	:	6
$16\frac{7}{8}$	:	14
$71\frac{1}{16}$	fl	65
		ist $4\frac{1}{16}$

		32
$5\frac{7}{32}$	℔	7
$18\frac{1}{4}$	:	8
$9\frac{5}{8}$	:	20
$24\frac{1}{2}$	:	16
$14\frac{11}{16}$	:	22
$15\frac{7}{8}$	:	28
$8\frac{7}{16}$	:	14
$96\frac{12}{32}$	℔	115
		ist $3\frac{12}{32}$.

		48
$17\frac{7}{8}$	Wispl	42
$11\frac{5}{12}$	:	20
$9\frac{13}{24}$	:	26
$3\frac{11}{48}$	:	11
$21\frac{3}{4}$	:	36
$13\frac{5}{8}$	:	30
$7\frac{1}{4}$	:	12
$8\frac{7}{48}$	:	7
$12\frac{5}{24}$	:	10
$5\frac{7}{12}$	:	28
$2\frac{5}{6}$	:	40
$113\frac{11}{24}$	Wspl	$\frac{262}{5\frac{22}{48}}$.

				12
5	Rthl.	$7\frac{1}{2}$	gr.	6
9	:	$13\frac{3}{4}$	:	9
11	:	$15\frac{5}{6}$	:	10
7	:	$8\frac{5}{6}$	:	10
6	:	$14\frac{2}{3}$	:	8
8	:	$9\frac{7}{12}$	:	7
11	:	$20\frac{5}{12}$	:	5
3	:	$5\frac{1}{3}$	:	4
10	:	$11\frac{3}{4}$	:	9
13	:	$16\frac{1}{4}$	:	4
89	Rthl.	4	gr.	$\frac{72}{6}$

				16
35	fl	$11\frac{3}{8}$	Str.	6
9	:	$13\frac{15}{16}$	:	15
27	:	$9\frac{5}{8}$	:	10
11	:	$17\frac{3}{4}$	:	12
17	:	$12\frac{1}{2}$	:	8
7	:	$4\frac{7}{8}$	:	14
13	:	$5\frac{3}{16}$	:	3
8	:	$19\frac{1}{4}$	:	4
19	:	$8\frac{5}{8}$	:	10
18	:	$14\frac{7}{8}$	:	14
166	fl	18	Str.	$\frac{96}{8}$

Es trift sich auch öfters der Fall, daß außer den Ganzen und darauf Bezug habenden Brüchen kleinere unmittelbar aus den Ganzen fließende Sorten, und auf diese sich beziehende Brüche angegeben sind. Als:

	8		16
$7\frac{5}{8}$ Ctr.	5	$9\frac{3}{4}$ ℔	12
$3\frac{1}{4}$ „	2	$7\frac{7}{8}$ „	14
$11\frac{7}{8}$ „	7	$4\frac{13}{16}$ „	13
$2\frac{1}{4}$ „	4	$3\frac{1}{2}$ „	8
$1\frac{3}{8}$ „	3	$11\frac{5}{16}$ „	5
$5\frac{5}{8}$ „	5	$6\frac{1}{4}$ „	4
$\frac{3}{4}$ „	6	$13\frac{3}{8}$ „	6
$4\frac{1}{8}$ „	1	$5\frac{5}{8}$ „	10
$6\frac{3}{4}$ „	6	$2\frac{1}{8}$ „	2
$8\frac{1}{2}$ „	4	$1\frac{3}{8}$ „	12
$9\frac{5}{8}$ „	5	$8\frac{1}{2}$ „	8
62 Ctr.	$\frac{48}{8}$	$74\frac{7}{8}$ ℔	94 / $5\frac{14}{16}$

Summe $62\frac{5}{8}$ Ctr. „ $6\frac{1}{8}$ ℔.

Wie bey der Addition in benannten ganzen Zahlen werden die kleinern Sorten, welches hier die Pfunde sind, zuerst summirt. Entstanden aus den Pfunden so viel, daß sie zu Centnern reducirt werden konnten, so hätte es geschehen müssen. Dieses war hier aber der Fall nicht. Nur wäre es wider kaufmännischen Gebrauch, da in der Aufgabe Achttheilscentner vorkommen, die $74\frac{7}{8}$ ℔ nicht zu Achttheilscentner zu machen. Dieses muß so angelegt werden:

Man richtet den Bruch $74\frac{7}{8}$ ℔ ein, nach der Regel Seite 145, oder welches gleich viel ist, man macht ihn zu einem unreinen Bruch durch seinen Nenner, dieses giebt 599 Achtel, welche durch 110, als den Theilen des Centners, dividirt wurden und 5 zum Quotienten und 49 zum Rest gaben. Der Quotient sind $\frac{5}{8}$ Ctr.: der Rest von 49, welche natürlich auch Achtel sind, wird durch des Bruchs Nenner 8 wieder getheilt, und bringt $6\frac{1}{8}$ ℔.

Dergleichen Vorfälle kommen in der Handlung häufig vor, und verdient daher deren Bemerkung und Behandlung hier ihren Platz.

3. Sind jedoch die Nenner von der Art, daß sie nicht sämtlich in dem größten Nenner der Aufgabe aufgehen, so muß zuvörderst der Generalnenner und dazu die Zähler gesucht werden. Als:

		120
$4\frac{3}{8}$	Ell.	45
$5\frac{1}{2}$	:	60
$6\frac{2}{3}$	:	80
$7\frac{3}{4}$	:	90
$8\frac{4}{5}$	:	96
$9\frac{5}{6}$	:	100
$12\frac{7}{8}$	:	105
$55\frac{4}{5}$	Ell.	$\frac{576}{4\frac{4}{5}}$

				120
8	℔	$3\frac{1}{2}$	Lo	60
5	:	$9\frac{3}{4}$	:	90
7	:	$8\frac{2}{3}$	:	80
6	:	$11\frac{5}{8}$	:	75
12	:	$19\frac{5}{6}$	:	100
15	:	$27\frac{4}{5}$	:	96
55	℔	$17\frac{7}{40}$	Lo	$\frac{501}{4\frac{7}{40}}$

Es ist selten, daß man im kaufmännischen Verkehr Brüche, die einen großen unschicklichen Nenner haben, in Berechnungen anbringt, und gewöhnlich werden solche Brüche, die sich denn aufs Ganze unmittelbar beziehen, zu den kleinern Sorten des Ganzen resolvirt; so wird zum z. B. nicht leicht jemand $48\frac{5}{96}$ Rthl. sagen, sondern 48 Rthl. 1 Gr. 3 Pf. oder $1\frac{1}{4}$ Gr. Es werden daher Brüche, wobey solche Nenner vorkommen, gewöhnlich nach ihrem ohngefähren Werth auf $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{12}$ reducirt, weil es immer mühsam ist, die Zähler zu einem großen Generalnenner zu finden. Wird jedoch die ganz genaue Summe in der Addition der Brüche ver-

verlangt; so kann man lieber die Brüche, die einen zu unschicklichen Nenner haben, so lange weglassen, bis die übrigen sämtlich summirt sind, und dann diesen großen Bruch zu dieser Summe besonders addiren, und die Mühe sparen, die übrigen Zähler zu einem so großen Generalnenner zu finden. Z. B.

		4	5	120	
$8\frac{3}{4}$				30	90
$6\frac{7}{8}$	8	~~7~~		15	105
$3\frac{1}{3}$				40	40
$5\frac{7}{12}$	12	~~3~~		10	70
$8\frac{9}{10}$	10	10	2	12	108
$40\frac{72}{83}$	83	83		—	—
$28\frac{4}{15}$	15	15	3	8	32

	1992				445	5
$101\frac{17}{24}$	83	1411			$3\frac{85}{120}$	$\frac{17}{24}$
$\frac{72}{83}$	24	1896				
$102\frac{1315}{1992}$	1992	~~3307~~	1	$\frac{1315}{1992}$		
		1315				

Der Nenner im ersten Bruch 4 und im dritten Bruch 3 sind, da sie in größern Nennern dieses Exempels aufgingen, als ausgestrichen betrachtet, und dann der Bruch $\frac{72}{83}$ weggelassen, um den Generalnenner der sonst 9960 geworden wäre zu ersparen und die Mühe, zu ihm die Zähler der übrigen Brüche zu finden; zuletzt aber ist er besonders dazu addirt.

Exempel zur Uebung.

		315	
$9\frac{1}{5}$	Rthl.	63	63
$15\frac{2}{3}$	:	105	210
$18\frac{6}{7}$	:	45	270
$21\frac{8}{9}$	:	35	280
$24\frac{4}{5}$	:	63	252
$27\frac{11}{15}$	:	21	231
$36\frac{2}{3}$	:	105	210

$154\ \frac{256}{315}$ Rthl. $315)\overline{1516}$ $4\frac{256}{315}$

		120	
$8\frac{1}{3}$	Wspl	40	40
$12\frac{1}{2}$	:	60	60
$18\frac{2}{3}$	:	40	80
$23\frac{4}{5}$	:	24	96
$27\frac{5}{6}$	:	20	100
$7\frac{11}{24}$	:	5	55
$5\frac{3}{8}$	:	15	45
$13\frac{1}{6}$	:	20	20
$11\frac{7}{24}$	:	5	35
$15\frac{3}{5}$	:	20	72
$18\frac{1}{6}$	:	20	20

$161\frac{23}{120}$ Wspl $20)\overline{623}$ $5\frac{23}{120}$

		160			48
$7\frac{5}{8}$	Ctr.	100	$11\frac{3}{4}$	℔	36
$11\frac{5}{16}$	:	50	$3\frac{7}{8}$	:	42
$6\frac{1}{4}$	:	40	$17\frac{5}{16}$	:	15
$9\frac{1}{2}$	:	30	$32\frac{1}{2}$	:	24
$23\frac{31}{32}$	:	155	$1\frac{5}{16}$	:	45
$5\frac{3}{8}$	:	60	$7\frac{1}{4}$	:	12
$3\frac{3}{4}$	:	120	$8\frac{2}{3}$	:	32
$8\frac{3}{5}$	:	96	$16\frac{1}{3}$	:	16
$1\frac{2}{5}$	:	64	$5\frac{1}{2}$	:	24
		765			246
		$4\frac{125}{160}$			$5\frac{6}{48}$

$77\frac{25}{32}$ Ctr. $105\frac{1}{8}$ ℔ × 32'

110: 3364 $\frac{64}{32}$ Rest ist 2 ℔

$\frac{30}{32}$ Ctr. ist $\frac{15}{16}$ Ctr.

$\frac{15}{16}$: 2 ℔ Summe aus den Pfunden

$78\frac{23}{32}$ Ctr. 2 ℔ Total Summe.

$\frac{85}{16}$

		480			48
$8\frac{5}{16}$	Ct.	150	$4\frac{5}{8}$	℔	30
$3\frac{3}{4}$	:	360	$16\frac{15}{16}$	:	45
$12\frac{1}{2}$	:	240	$43\frac{3}{8}$	:	18
$7\frac{7}{32}$	:	105	$2\frac{1}{4}$	:	12
$11\frac{2}{5}$	:	192	$18\frac{2}{3}$	:	32
$5\frac{1}{3}$	:	160	$7\frac{5}{8}$	:	30
$10\frac{5}{8}$	:	300	$8\frac{1}{2}$	:	24
$7\frac{7}{8}$	:	420	$9\frac{3}{4}$	:	36
		1927			227
		$4\frac{7}{480}$			$4\frac{35}{48}$
$68\frac{7}{480}$	Ct.		$1\frac{35}{48}$	℔.	

Subtractio in Brüchen.

Auch hier findet die nemliche Anwendung statt, was bey der Subtraction in benannten ganzen Zahlen gesagt ist, daß man allemal ein Ganzes borgen müsse, wenn die kleinere Sorte des Subtractors größer ist, als die des Subtrahendus. Dieses geborgte Ganze wird zu so viel Theilen angenommen, als der gemeinschaftliche Nenner des Subtractors und Subtrahendus hat; dazu der Zähler des Subtrahendus summirt, und von der daraus entstandenen Größe der Zähler des Subtractors abgezogen: Der Rest wird zum Zähler des gemeinschaftlichen Nenners, und der Bruch wird, wenn es möglich ist, verkleinert. Die Subtraction der ganzen Zahlen von Ganzen ist bekannt.

Auch in dieser Species hat man zu bemerken:

1) Ob die Brüche gleiche Nenner haben, oder
2) ob der eine in dem andern aufgeht, oder
3) ob der Generalnenner gesucht werden müsse.

Da

Da nun die ewige Wiederholung von einerley Verfahrungarten ekelhaft wird, so werden blos von jeder dieser Arten Beyspiele gegeben werden. Als:

von $\frac{7}{8}$ Rthl.
÷ $\frac{3}{8}$;
Rest $\frac{1}{2}$ Rthl.

von $\frac{11}{15}$ Schock
÷ $\frac{7}{15}$;
Rest $\frac{4}{15}$ Schock

von $9\frac{27}{28}$ Stück
÷ $4\frac{11}{28}$;
Rest $5\frac{4}{7}$ Stück.

von $4\frac{7}{8}$ Ctr.
÷ $3\frac{1}{8}$;
Rest $1\frac{3}{4}$ Ctr.

von $7\frac{5}{6}$ ℔
÷ $3\frac{1}{6}$ ℔
Rest $4\frac{2}{3}$ ℔

von $8\frac{5}{7}$ St℔
÷ $2\frac{3}{7}$;
Rest $6\frac{2}{7}$ St℔

von $16\frac{5}{12}$ Schock
÷ $3\frac{11}{12}$;
Rest $12\frac{1}{2}$ Schock

		4
von	$185\frac{3}{4}$ fl	3
÷	$142\frac{1}{2}$;	2
Rest	$43\frac{1}{2}$ fl	1

		16
von	$344\frac{11}{16}$ mk	11
÷	$128\frac{3}{4}$;	12
Rest	$215\frac{15}{16}$ mk	15

		45
von	$813\frac{7}{9}$ Morgen	35
÷	$384\frac{8}{45}$;	27
Rest	$384\frac{8}{45}$ Morgen	8

		84
von	$1579\frac{7}{12}$ Rthl.	49
÷	$328\frac{3}{14}$;	18
Rest	$1251\frac{31}{84}$ Rthl.	31

		36
von	$85\frac{1}{4}$ Ellen	9
÷	$52\frac{5}{9}$;	20
Rest	$32\frac{25}{36}$ Ellen	25

		114
von	$55\frac{5}{6}$ ℔	95
÷	$13\frac{7}{19}$;	42
Rest	$42\frac{53}{114}$ ℔	53

		120
von	$47\frac{1}{8}$ Ctr.	15
÷	$22\frac{7}{15}$;	56
Rest	$24\frac{79}{120}$ Ctr.	79

		112
von	$63\frac{5}{7}$ Rthl.	80
÷	$12\frac{11}{16}$;	77
Rest	$51\frac{3}{112}$ Rthl.	3

		285
von	$85\frac{1}{15}$ fl	19
÷	$26\frac{11}{19}$;	165
Rest	$58\frac{139}{285}$ fl	139

			208				368
von	$83\frac{3}{13}$	Lv.	80	von	$73\frac{11}{16}$	Rubel	253
÷	$32\frac{7}{16}$	:	91	÷	$21\frac{22}{23}$	:	352
Rest	$50\frac{127}{208}$	Lv.	197	Rest	$51\frac{262}{368}$	mß	269.

Zuweilen kommen Aufgaben vor, wo neben dem Ganzen und darauf sich beziehenden Brüchen kleine Sorten, die unmittelbar aus dem Ganzen fließen, nebst Brüchen aus den kleinen Sorten den Subtrahendus ausmachen, und der Subtractor von gleicher Beschaffenheit ist. Als:

von	$94\frac{3}{4}$	ℒ	$12\frac{7}{8}$	℔
÷	$45\frac{7}{8}$	:	$13\frac{1}{8}$	:
Rest	$48\frac{3}{4}$	ℒ	$13\frac{1}{8}$	℔

In solchen Fällen borgt man, wenn der Subtractor der kleinern Sorten größer ist als im Subtrahendus, von dem bey dem Ganzen stehenden Bruch nur einen Theil des Bruchs nach dem größten Nenner; dieses war in der vorstehenden Aufgabe $\frac{1}{8}$ ℒ resolvirt diesen Bruch zu den Theilen, die die kleinern Sorten auf das Ganze betragen würden; also zu $13\frac{3}{4}$ ℔. Hierzu wurden die im Subtrahendus stehende $12\frac{7}{8}$ ℔ addirt, und der Subtractor $x3\frac{1}{2}$ ℔ von dieser Summe abgezogen. Nach oft bemerkten Grundsätzen blieben im Subtrahendus die $\frac{3}{4}$ ℒ nur $\frac{5}{8}$, mithin konnten $45\frac{7}{8}$ auch nur von $48\frac{5}{8}$ abgezogen werden.

Exempel zur Uebung.

von	$75\frac{5}{8}$	ℒ	$7\frac{5}{7}$	℔
÷	$23\frac{3}{4}$	:	$12\frac{1}{2}$	:
Rest	$51\frac{3}{4}$	ℒ	$7\frac{7}{8}$	℔

von	$27\frac{5}{16}$	ℒ	$4\frac{3}{4}$	℔
÷	$19\frac{3}{4}$	:	$6\frac{1}{8}$	:
Rest	$7\frac{1}{2}$	ℒ	$5\frac{1}{2}$	℔.

Multi:

Multiplication in Brüchen.

Mit Brüchen vermehren, ist, den Multiplicandus so oft nehmen, als Einheiten in dem Zähler des Multiplicators enthalten sind, und dieses Produkt durch dessen Nenner theilen. Es wird also der Multiplicandus durch den Zähler vermehrt, und durch den Nenner dividirt. Das Produkt, welches aus der Multiplication mit einem Bruch entsteht, ist allemal kleiner als der Multiplicandus. Es scheint bey dem ersten Anblick ein Widerspruch darin zu liegen, daß durch Vervielfältigung eine Verminderung entstehen könne. Wer aber überdenkt, daß die 1, als ein Ganzes, den Multiplicandus nicht vermehrt, sondern blos in seinem Werth läßt (siehe Seite 17) dem wird auch einleuchtend seyn, daß ein Theil eines Ganzen um so weniger vermehren kann, sondern, wenn er zur Vervielfältigung gebraucht wird, nur verringert.

Dieses wird noch deutlicher, wenn man auf die Grundsätze der Regel de Tri zurückgeht. Die beyden hintern Sätze B und C wurden mit einander vermehrt, und durch den ersten Satz A getheilt. Im 2ten, 3ten und folgenden Unterschiede des ersten H. P. wo in B ℋ und ʒ standen, wurden diese als Theile ihres Ganzen behandelt und, mit so viel sie in dem Ganzen enthalten waren, in C dividirt; das aus diesem kleinen Sorten entstandene Produkt war also in seiner Summe geringer, als die Summe von C ausmachte.

Da nun ein gleiches Facit aus folgender Behandlung entstanden seyn würde, wenn C durch die Anzahl der kleinern Sorten multiplicirt und dann durch die Zahl, welche das Ganze solcher kleinen Theile enthielt, dividirt wäre, so entstehen von selbst zwo Verfahrungarten bey der Multiplication der Brüche.

1. Es

1. Es multiplicirt der Zähler, und dividirt der Nenner das Produkt, oder

2. man zerfället den Zähler auf den Nenner wie man ℋ auf Thaler zerstreut, und dividirt mit diesen Theilen den Multiplicandus.

Diese beyden Hauptregeln sollen auf folgende 5 Unterschiede angewendet werden.

1. Brüche mit Brüchen
2. Brüche mit Ganzen
3. Ganze und Brüche mit Ganzen
4. Ganze und Brüche mit Brüchen
5. Ganze und Brüche mit Ganzen und Brüchen

zu vermehren.

1. Brüche mit Brüchen.

Weil in der Multiplication mit gebrochenen Zahlen mal oder aus völlig einerley Bedeutung haben; so ist diese Verfahrungart völlig mit der gleich, die (Seite 161) bey der Anweisung der Berechnung von Brüchen aus Brüchen angezeigt ist.

Nemlich die Zähler werden mit einander und die Nenner auch mit einander vermehrt. Jener Produkt wird der neue Zähler, dieser der neue Nenner, oder man hebt, wenn es möglich ist, vorher die Zähler gegen die Nenner auf. Z. B.

$$\frac{12}{3} \times \frac{3}{4} \qquad \text{oder} \qquad \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}\,2$$

$$\frac{1}{2} \qquad\qquad\qquad \frac{6}{12} \,;\, \frac{1}{2}$$

$$\frac{\not{2}}{\not{3}} \times \frac{7}{\not{8}\,4} = \frac{7}{12} \qquad \text{oder} \qquad \frac{5}{6} \times \frac{11}{16} = \frac{55}{96}$$

$$\frac{3}{\not{4}\,2} \times \frac{{}^{3}\not{6}}{7} = \frac{9}{14} \qquad\qquad \frac{11}{30} \times \frac{7}{30} = \frac{77}{900}$$

Die 2te Verfahrungart ist bey diesem Unterschied nicht mit Vortheil anzuwenden.

2. Brüche mit Ganzen

und umgekehrt, Ganze mit Brüchen zu multipliziren.

Nach der ersten Regel, wo der Zähler multiplicirt und der Nenner dividirt, erhält man, wenn der Zähler durch das Ganze vermehrt ist, einen unreinen Bruch; z. B.

$$\frac{3}{4} \times 8$$

denn der Nenner leidet durch die Multiplication keine Abänderung, es sey denn, daß der Bruch verkleinert wird. Der unächte Bruch müste alsdann in einen unreinen verwandelt werden, welches man aber nicht nöthig hat, wenn man sofort das Produkt des Zählers durch den Nenner dividirt; als:

$$\tfrac{3}{4} \times 7 = 21, \quad 4)\,21 = 5\tfrac{1}{4} \qquad\qquad \tfrac{2}{7} \times 3 = \tfrac{6}{7}$$

oder

$$7 \times \tfrac{3}{4} = 21, \quad 4)\,21 = 5\tfrac{1}{4} \qquad\qquad 18 \times \tfrac{2}{3} = 36, \quad 3{:}\,36 = 12$$

Weil

Weil der Nenner dividirt, so erspart man Mühe, wenn er in dem Ganzen aufgehoben werden kann. Es ist alsdenn kein Divisor weiter vorhanden, und da der Nenner durch die Aufhebung zu 1 wird, so werden die Zähler zu Ganzen, die mit den aufgehobenen Ganzen vermehrt, das Produkt angaben.

Nach der zweyten Regel, wo der Zähler auf den Nenner zerfället werden kann. Als:

$$\frac{9}{32} \times 197$$

8 . 4	$49\frac{1}{4}$	32	8
1 . 8	$6\frac{5}{32}$.		5
	$56\frac{13}{32}$		13

Nemlich das Ganze, woraus der Bruch gebildet ist, hat 32 Theile — und es wird nur zu wissen verlangt, wie viel 9 dieser Theile aus der angegebenen Größe von 197 betragen. Deshalb ist der Zähler auf den Nenner in 8 und 1 zerfället; 8 in 32 ist 4mal und 1 in 8 — 8mal enthalten, und nach den Grundsätzen der Regel de Tri mit den erhaltenen Theilen in 197 dividirt, und beyde erhaltene Summen addirt. Bey der Division in unbenannten Zahlen (Seite 28 und 29) ist bereits angezeigt, wie man den Quotient und den Rest desselben aus der ersten Zahl behandeln muß, wenn dieser Quotient noch einmal dividirt wird.

Auch läßt sich die Regel mit minus anbringen. Als:

$\frac{5}{6} \times 13$ $\qquad\qquad$ $\frac{7}{8} \times 19$

$1 \div \frac{1}{6} \div 2\frac{1}{6}$ $\qquad\qquad$ $1 \div \frac{1}{8} \div 2\frac{3}{8}$

Produkt $10\frac{5}{6}$ $\qquad\qquad$ Produkt $16\frac{5}{8}$

Nemlich wenn die Differenz des Zählers zum Nenner von der Art ist, daß sie in dem Nenner aufgeht: so wird

mit dem Quotienten, den diese Differenz in dem Nenner giebt, das Ganze dividirt, und das Herausgekommene subtrahirt.

Exempel zur Uebung von verschiedener Art.

$\frac{3}{8} \times 18$
$4 . 2 \quad 9$
$1 . 4 \quad 2\frac{1}{4}$
$11\frac{1}{4}$

$\frac{7}{30} \times 9 \quad | \; 10$
$6 . 5 \quad 1\frac{4}{5} \quad | \; 8$
$1 . 6 \quad -\frac{3}{10} \quad | \; 3$
$2\frac{1}{10} \quad 11$

$\frac{3}{16} \times 12$
$4 . 4 \quad 3$
$1 . 4 \quad -\frac{3}{4}$
$3\frac{3}{4}$

$\frac{11}{24} \times 10 \quad | \; 12$
$8 . 3 \quad 3\frac{2}{3} \quad | \; 4$
$3 . 8^{*} \quad 1\frac{1}{4} \quad | \; 3$
$4\frac{7}{12} \quad 7$

$\frac{7}{8} \times 327$
$1 \div \frac{1}{8} \div 40\frac{7}{8}$
$286\frac{1}{8}$

$\frac{15}{16} \times 79$
$1 \div \frac{1}{16} \div 4\frac{15}{16}$
$74\frac{1}{16}$

$\frac{23}{24} \times 65$
$1 \div \frac{1}{24} \div 2\frac{17}{24}$
$62\frac{7}{24}$

$\frac{29}{30} \times 99$
$1 \div \frac{1}{30} \div 3\frac{3}{10}$
$95\frac{7}{10}$.

3. Ganze und Brüche mit Ganzen.

a) Ist die ganze Zahl, womit multiplicirt werden soll, ein bequemer Multiplicator: so vermehre man zuerst die Ganzen mit einander, dann den Bruch mit dem Ganzen und addire beyde Produkte zusammen, z. B.

$8\frac{3}{4} \times 9$

72 das Produkt der vermehrten Ganzen.
$6\frac{3}{4}$: : der $9 \times \frac{3}{4}$.

$78\frac{3}{4}$

Wer aber einigermaaßen mit Kopfrechnen sich behelfen kann, der vermehre bey Aufgaben dieser Art zuerst den Zähler des Multiplicandus mit dem Ganzen, und dividire das Produkt durch den Nenner. Entstehen hieraus Ganze und ein Bruch, so setze man sofort diesen Bruch (verkleinert) unter die Linie, multiplicire die ganzen Theile mit einander, und addire die aus den Vermehrungen des Bruchs enthaltenen ganzen Theile dazu. Als:

$8\frac{3}{4} \times 9$ — $78\frac{3}{4}$

$9\frac{5}{6} \times 8$ — $78\frac{2}{3}$

$9\frac{3}{8} \times 15$ — $144\frac{3}{8}$

$23\frac{7}{8} \times 28$
$95\frac{1}{2}$ (4
$668\frac{1}{2}$ (7

b) Ist aber der Multiplicator keine bequeme Zahl, doch aber die Ganzen des Multiplicandus: so vermehre man mit diesem den Multiplicator, zerstreue den Bruch des Zählers auf seinen Nenner und verfahre damit nach der bereits im vorigen Unterschiede gegebenen Anweisung. Als:

$48\frac{9}{16} \times$ 537
8 . 2 — 3222 (6
1 . 8 — 25776 (8
268 $\frac{1}{2}$ Produkt aus $\frac{8}{16}$
33 $\frac{9}{17}$ Produkt aus $\frac{1}{16}$

26078 $\frac{1}{17}$.

Es ist also, nachdem der Multiplicandus vorher durch die 48 Ganze des Multiplicators vermehrt war, dessen Zähler im Bruch auf 8 und 1 zerfället; diese Theile aus dem Nenner genommen und damit in den Multiplicandus dividirt, und das daraus Gekommene zu dem ersten Produkt addirt.

$19\frac{5}{8} \times 324$

4 . 2	2916
1 . 4	162
	40 . $\frac{1}{2}$
	6358 . $\frac{1}{2}$

Weil es einerley ist, welchen von den aufgegebenen Faktoren man zum Multiplicator machen will, so wird ein jeder einsehen, daß auch folgende Aufgaben hieher gehören.

$2347 \times 65\frac{19}{24}$

11735		12 . 2
14082	24	6 . 2
1173 $\frac{1}{2}$	12 .	2 . 6
586 $\frac{3}{4}$	18 .	
97 $\frac{19}{24}$	19 .	
154413 $\frac{1}{24}$.		

Auch der Vortheil mit minus findet hier öfters Anwendung, als:

$1412 \times 95\frac{3}{4}$

11296	(8	96 ÷ $\frac{1}{4}$
135552	(12	
÷ 353		
135199		

Es ist der Multiplicandus mit 8 × 12 oder 96 vermehrt, und der Betrag des $\frac{1}{4}$ aus 1412 von dem Hauptprodukt abgezogen.

Die

Die Erlernung der Regel de Tri in gebrochenen Zahlen wird um so leichter, wenn man auch folgende Beyspiele auf die Multiplication anwendet.

Bey der Addition in Brüchen ist schon bemerkt, daß große Brüche, die sich unmittelbar auf das Ganze beziehen, zu solchen kleinern Sorten resolvirt werden, die das benannte Ganze hat, und solche Beyspiele sollen in diesem und folgenden Unterschieden mit aufgeführt werden. Als:

39 C. $78\frac{3}{4}$ ℔ × 96

317 : 80 — (8 (12

3812 C. 80 : ℔ oder $\frac{8}{11}$ Rthl.

Der vierte Unterschied des ersten Hauptpunkts in der Regel de Tri in benannten ganzen Zahlen gab die Methode an, und dieses Exempel wich blos durch den, bey der kleinern Sorte befindlichen, Bruch davon ab.

Wäre aber der Multiplicator keine bequeme Zahl, so vermehre man die ganzen Größen mit einander, zerfälle die kleinern Sorten auf ihr Ganzes, des Bruchs Zähler auf den Nenner, und behandle die dahin gehörigen Aufgaben folgender Gestalt.

13 C. $48\frac{1}{2}$ ℔	×	79 (13		
22 . 5		237		
22 . 1		15 $\frac{4}{5}$	oder	88 ℔
2 . 11		15 $\frac{4}{5}$	:	88 :
2 . 1		1 $\frac{24}{55}$	:	48 :
$\frac{1}{2}$. 4		1 $\frac{24}{55}$	:	48 :
		— $\frac{79}{220}$	:	$39\frac{1}{2}$:

Produkt 1061 $\frac{183}{220}$ C. oder $91\frac{1}{2}$ ℔.

Der Bruch $\frac{1}{2}$ ℔ ist aus 2 ganzen Pfunden genommen, worin er 4 mal enthalten ist.

 Oder:

Oder 13 ℒ 48½ ℔ × 80 ÷ 1

	107 ;	58	(8
	1075 ;	30	(10
÷	13 ;	48½ ℔	
	1061 ℒ	91½ ℔	

Einer noch näheren Erklärung bedarf es übrigens nicht, da in dem angeführten Unterschiede der Regel de Tri diese Methode gehörig auseinander gesetzt ist. Bey folgender Aufgabe

18¾ ℒ 12½ ℔ × 147.

werden zuvörderst die ganzen Theile mit einander multiplicirt, dann der Zähler des aufs Ganze Bezug habenden Bruchs auf seinen Nenner zerfället, ferner die kleinern Sorten auf ihr Ganzes. Als;

18¾ ℒ	12½ ℔ ×	147			
2 . 2	11 . 10	1176		220	
1 . 2	1 . 11	73	½	110	
	½ . 2	36	¾	165	
		14	7/10	154	
		1	37/110	74	
		—	147/220	147	
		2772 21/22 ℒ		650	

Oder:

man resolvirt den Bruch der ℒ zu den kleinern Sorten, addirt dazu die neben dem Ganzen aufgegebenen kleinern Sorten und zerfället sie aufs Ganze; Als;

18¾ ℒ	12½ ℔ ×	147	
. .	82½ ;	1176	
	95 ℔	73	½
55	2	13	4/11 × 3
10	11 *	40	1/11
30 ×	3	2772 21/22 ℒ oder 105 ℔	

4.

4. Ganze und Brüche mit Brüchen zu vermehren.

a) man multiplicirt nach der Generalregel mit dem Zähler und dividirt mit dem Nenner; oder

b) man zerfället den Zähler auf den Nenner und dividirt mit den daraus genommenen Theilen in den Multiplicandus; oder

c) bedient sich des Vortheils mit dem minus. Als:

$17\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

$53 -$ (3

4: ——

$13\frac{1}{4}$ Produkt

$18\frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$

$170\frac{1}{10}$ (9

10: ——

$17\frac{1}{100}$ Produkt.

$128\frac{2}{3} \times \frac{27}{32}$

	48	
$64\frac{1}{3}$	16	16. 2
$32\frac{1}{6}$	8	8. 2
$8\frac{1}{24}$	2	2. 4
$4\frac{1}{48}$	1	1. 2
$208\frac{9}{16}$	27	Produkt.

	48		
	$18\frac{5}{6}$	40	$\times \frac{7}{8}$
8: $\div$	$2\frac{17}{48}$	17	$3 \div \frac{1}{8}$
	$26\frac{23}{48}$	23	Produkt.

```
                    192
16:     18 7/12  | 112     ×      15/16
÷      1 31/192  |  31        1 ÷ 1/16
        17 27/64    81 Produkt.
```

```
     23 7/8        ×      7/10
                 80
     11 15/16    |          5 . 2
                 |75
      4 31/40    |62        2 . 5
     16 57/80    137
```

```
47 Rthlr.   18 3/4 gr.   ×    5/16
                       64
11     :    22 11/16 : |44     4 . 4
 2     :    23 43/64 : |43     1 . 4
14 Rthlr.   22 23/64 gr. 87
```

```
11 3/4 Ctr.   18 1/2 ℔   ×    5/6
   .   .    . 82 1/2 :      1 ÷ 1/6
   11 Ctr.  101 ℔
 ÷ 1   :    108 1/2
Produkt 9 Ctr. 102 1/2 ℔, oder 7/8 Ctr. 6 1/4 ℔.
```

Im letzten Beyspiel sind die $\frac{3}{4}$ Ctr. zu ℔ resolvirt, dazu die nebengestandenen $18\frac{1}{2}$ ℔ addirt, folglich in 11 Ctr. 101 ℔ verwandelt, mit dem fehlenden $\frac{1}{6}$ darin dividirt, und der Betrag abgezogen; der Rest war also das Produkt.

5. Ganze und Brüche mit Ganzen und Brüchen zu multipliciren.

Die allgemeine Regel hierzu ist: man richte die Brüche ein, das heißt, man verwandle die unreinen Brüche in unächte, multiplicire die Zähler mit einander, so auch die Nenner.

ner. Das Produkt der Zähler wird durch das Produkt der Nenner dividirt. Als:

```
 13 3/4  ×   18 1/2
 ------      ------
   55    ×     37    =   2035    | 254 3/8
 ------      ------     ------
    4    ×      2          8
```

Diese Regel paßt aber nur auf solche Fälle, oder ist vielmehr mit einigen Nutzen anzuwenden, wenn die Aufgaben in angewachsenen Größen bestehen, und Zähler und Nenner des Bruchs von außerordentlicher Größe sind, und oft der Nenner keine solche Zahl abgiebt, wodurch sich der Zähler gut zerstreuen läßt. Als:

```
          12 353/576  ×    4 205/576
                           ---------
          7265....           2509          576  ×  576
     4:   ------------                  |  -----
          181625..                      |  3456
             65385                      |  4032
          ----------                    | 2880
331776:   1822788|5  †  54 311981/331776| ---------
           16390   1                    | 331776
           3119
```

Bequemer aber ist die Zerfällungmethode; nemlich, man multiplicirt mit dem bequemsten Ganzen eines Factoren, den man zum Multiplicator annimt, das Ganze und den Bruch des andern, zerfället den Zähler des Bruchs im Multiplicator auf seinen Nenner, und verfährt damit auf die oft erwähnte Art. Z. B.

```
  6 3/4   ×   5 1/3
 ------
 33 3/4 (5
  2 1/4
 ------
 36 — Produkt.
```

$12\frac{353}{576}$	×	$4\frac{205}{576}$
$50\frac{65}{144}$	331776	192 . 3
$4\frac{353}{1728}$	149760	12 . 16
$-\frac{7265}{27648}$	67776	1 . 12
$-\frac{7265}{331776}$	87180	
	7265	

Die hier beobachtete Zerfällungmethode würde aber nicht anwendbar gewesen seyn, wenn die Nenner der Brüche 799 und 949 gewesen wären.

Dergleichen Exempel kommen freylich im gemeinen Leben äuserst selten vor; indeßen schien die Anführung derselben doch nothwendig, um kein zerstükkeltes Werk zu liefern, wenn zuweilen die äuserste Strenge verlangt wird.

Exempel zur Uebung.

$26\frac{2}{3}$	×	$3\frac{3}{4}$
80 —		2 . 2
$13\frac{1}{3}$		1 . 2
$6\frac{2}{3}$		
100 —		

Oder:

$26\frac{2}{3}$	×	$3\frac{3}{4}$
$106\frac{2}{3}$		$4 + \frac{1}{4}$
$\div\ 6\frac{2}{3}$		
100 —		

$15\frac{5}{6}$	×	$18\frac{7}{8}$
285	48	4 . 2
$7\frac{11}{12}$	44	1 . 4
$1\frac{47}{48}$	47	
$294\frac{43}{48}$	91	

$23\frac{11}{30} \times 7\frac{7}{30}$

$163\frac{17}{30}$	900	6 . 5
$4\frac{101}{150}$	510	1 . 6
	606	
$-\frac{701}{900}$	701	
$169\frac{17}{900}$	1817	

$7\frac{3}{8} \times 3\frac{1}{5}$

	40	2 . 5
$22\frac{7}{8}$	35	
$1\frac{21}{40}$	21	
$24\frac{2}{5}$	56	

$22\frac{3}{4} \times 8\frac{6}{7}$

$204\frac{3}{4}$	$9 \div \frac{1}{7}$
$\div\ 3\frac{1}{4}$	
$201\frac{1}{2}$	

$64\frac{7}{12} \times 11\frac{11}{16}$

$710\frac{5}{12}$	192	8 . 2
$32\frac{7}{24}$	80	2 . 4
$8\frac{7}{96}$	56	1 . 2
	14	
$4\frac{7}{192}$	7	
$754\frac{157}{192}$	157	

Wenn Größen mit einander vermehrt werden sollen, die aus Ganzen und kleinern Sorten und angehängtem Bruch bestehen; so verfährt man damit genau wie im 9ten Unterschiede der Regel de Tri 1. Hauptpunktes (Seite 103 u. 108) angezeigt ist, nnd betrachtet den Bruch der kleinern Sorte, wie im vorigen Unterschiede gelehret worden. Als:

12 Rℓ 14 ℋ 8½ ₰ × 4 Rℓ 8 ℋ 6½ ₰

50	: 10	: 10	1152	:	8 . 3
4	: 4	: $10\frac{5}{6}$	960	:	6 . 16
—	: 6	: $3\frac{65}{96}$	780	:	½ . 12
—	: —	: $6\frac{353}{1152}$	353		
54 Rℓ	22 ℋ	$6\frac{941}{1152}$ ₰.			

38 mℓ 6 ß 6⅜ ₰ × 54 mℓ 13 ß 4¾ ₰

			× 6		
230	: 7	: $2\frac{1}{4}$		6	8 . 2
			× 9	9	4 . 2
2074	: —	: $8\frac{1}{4}$		6144	1 . 4
19	: 3	: $3\frac{3}{16}$		1536	4 . 3
9	: 9	: $7\frac{19}{32}$		1152	2/4 . 8
2	: 6	: $4\frac{115}{128}$		3648	1/4 . 2
—	: 12	: $9\frac{243}{348}$		5520	
—	: 1	: $7\frac{627}{3072}$		3888	
—	: —	: $9\frac{3699}{6144}$		1254	
				3669	
2106 mℓ	3 ß	$2\frac{2265}{6144}$ ₰.		20697	

Divisio in Brüchen.

Bey der Division sind natürlicherweise die Verfahrungsart und deren Folgen die entgegengesetzten der Multiplication.

Eine Zahl durch eine gebrochene Zahl dividirt giebt einen größern Quotienten als der Dividendus; denn, wird eine Zahl durch 1 dividirt, so verringert sich ihre Größe nicht, es muß daher eine Vergrößerung durch Theilung eines Bruchs entstehen. Dieses wird noch deutlicher durch die Generalregel;

Daß der Nenner multiplicirt und der Zähler dividirt

und

und durch die Erklärung, daß, mit einem Bruch dividiren, heißt:

Dasjenige vielfache eines Dividendus, welches im Divisor der Nenner des Bruchs angiebt, durch des Divisors Zähler theilen.

Es giebt in der Division in Brüchen mehrerley Fälle, und diese bestehen,

1. wenn Brüche in Brüche
2. : Brüche in Ganze
3. : Ganze in Brüche
4. : Ganze in Ganze und Brüche
5. : Ganze und Brüche in Ganze
6. : Brüche in Ganze und Brüche
7. : Ganze und Brüche in Brüche
8. : Ganze und Brüche in Ganze und Brüche dividirt werden sollen.

1. Unterschied.

Brüche durch Brüche zu dividiren.

a) Wenn die Brüche gleiche Nenner haben, so streiche man solche gegen einander aus, und dividire mit des Divisors Zähler in den Zähler des Dividendus. Als:

$$\frac{1}{4} \text{ in } \frac{3}{4} = 3. \qquad \frac{2}{1} \text{ in } \frac{4}{5} = 2. \qquad \frac{2}{7} \text{ in } \frac{6}{7} = 3. \qquad \frac{5}{\ } \text{ in } \frac{7}{9} = 1\tfrac{2}{5}$$

$$\frac{7}{41} \text{ in } \frac{6}{41} = \frac{6}{7} \qquad \frac{7}{30} \text{ in } \frac{19}{30} = 2\tfrac{5}{7} \qquad \frac{11}{16} \text{ in } \frac{5}{16} = \frac{5}{11}$$

Diese

Diese Specialregel ist eigentlich Vortheil, denn durch die General-Regel multiplicirt der Nenner des Divisors, und der Zähler deßelben dividirt. Wenn nun nach dieser Vorschrift die Aufgabe $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ zu dividiren behandelt wäre, so würde

$$\frac{3}{4} \times 4$$

3 Ganze gegeben haben; die durch 1 als des Divisors Zähler nicht getheilt werden konnten, weil die 1 den Dividendus in seinem Werth läßt, und also die Auflösung ohne Noth weitläufig macht. Oder bey der zwoten Aufgabe $\frac{2}{5}$ in $\frac{4}{5}$

	$\frac{4}{5} \times 5$	
Produkt	4	Ganze
durch 2 dividirt	2	Quotient.

Man denke sich bey diesem Exempel, in wie viel Theile gehen $\frac{4}{5}$ eines Werths, wenn jeder Theil $\frac{2}{5}$ haben soll. Natürlich in 2 Theile und folglich wird dieses Gleichniß zum Beweise des Quotienten 3 dienen können.

Wenn durch Division mit des Divisors Zähler in des Dividendus Zähler ein Rest bleibt; so wird dieser Rest dergestalt zum Bruch gemacht, daß er der Zähler und der Divisor der Nenner ist. Als: $\frac{5}{9}$ in $\frac{7}{9}$ Quotient $1\frac{2}{5}$. So verhält es sich, wenn der Zähler des Divisors größer ist, als der des Dividendus. Z. B. In der letzten Aufgabe nach den Regeln der Division im ganzen Zahlen, wo der Divisor grösser ist, als der Dividendus, wird dieser zum Zähler und jener zum Nenner; also mußte der Quotient von $\frac{7}{41}$ in $\frac{6}{41}$ = $\frac{6}{7}$ seyn.

Exempel zur Uebung.

$\frac{2}{9}$ in $\frac{7}{9}$	$\frac{5}{16}$ in $\frac{11}{16}$	$\frac{15}{16}$ in $\frac{7}{32}$
$3\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{5}$	$\frac{7}{15}$

$\frac{18}{29}$

$\frac{18}{29}$ in $\frac{6}{29}$ — 6 — $\frac{6}{14} \mid \frac{1}{3}$

$\frac{21}{43}$ in $\frac{14}{43}$ — 7 — $\frac{14}{21} \mid \frac{2}{3}$

b) Sind aber die Nenner ungleich; so kann man sich zwar auch der Regel bedienen, das man den Dividendus mit des Divisors Nenner vermehrt, und durch deßen Zähler dividirt, Als:

$\frac{3}{4}$ in $\frac{5}{6}$ $\times$ 4

$\frac{20}{6} \mid 3\frac{1}{3}$

3: $1\frac{1}{9}$

Aber beßer man multiplicire kreuzweiß des Divisors Nenner mit des Dividendus Zähler: dieses wird der neue Zähler. Alsdann wird der Zähler des Divisors mit dem Nenner des Dividendus vermehrt; das Produkt ist der neue Nenner. Ist auf diese Weise der Quotient ein unächter Bruch, so muß er zu einem unreinen Bruch gemacht werden, als:

$\frac{3}{4}$ in $\frac{5}{6}$

$4 \times 5 = 20$
$3 \times 6 = 18$ $\Big|\ 1\frac{1}{9}$

Oder man kehre den Bruch des Divisors um, daß der Nenner zum Zähler und der Zähler zum Nenner werde, und multiplicire den neuen Zähler des Dividendus, und deßen Nenner mit dem neuen Nenner. Als:

$\frac{3}{4}$ in $\frac{5}{6}$ steht $\frac{4}{3} \times \frac{5}{6}$

$\frac{20}{18} \mid 1\frac{1}{9}$

Der Beweis von der Richtigkeit dieses Quotienten giebt die Vorstellung, daß man den Bruch als Theile eines Ganzen ansiehet, die sich in kleinere Sorten auflösen laßen. Z. B. $\frac{3}{4}$ Rthl. sind 18 gr. $\frac{5}{6}$ Rthl. sind 20 gr. wird also mit 18 gr. in 20 gr. dividirt, so erhält man $1\frac{1}{9}$ zum Quotienten.

Auch

Auch durch folgende aber weitläuftigere Auflösung wird der Quotient solches Exempels gefunden; wenn man zu dem Bruch den General-Nenner sucht, und denn nach Anleitung des ersten Falles die Nenner gegen einander ausstreicht, und mit des Divisors Zähler in den des Dividendus dividirt. Als:

$$\tfrac{3}{4} \text{ in } \tfrac{5}{6} \qquad \begin{array}{c|c} & 24 \\ \tfrac{3}{4} & 18 \\ \tfrac{5}{6} & 20 \end{array} \qquad \frac{\tfrac{18}{24} \text{ in } \tfrac{20}{24}}{1\tfrac{1}{9}}$$

Exempel zur Uebung.

$$\frac{\tfrac{5}{8} \text{ in } \tfrac{5}{6}}{\tfrac{40}{30} \,\big|\, 1\tfrac{1}{3}} \qquad \frac{\tfrac{23}{31} \text{ in } \tfrac{5}{18}}{\tfrac{155}{414}} \qquad \frac{\tfrac{2}{5} \text{ in } \tfrac{3}{4}}{\tfrac{15}{8} \,\big|\, 1\tfrac{7}{8}}$$

$$\frac{\tfrac{7}{30} \text{ in } \tfrac{77}{900}}{\tfrac{231\not{0}}{630\not{0}}\ \tfrac{21}{}\ \big|\tfrac{11}{30}} \qquad \frac{\tfrac{3}{4} \text{ in } \tfrac{9}{14}}{\tfrac{36}{42}\ 6\ \big|\tfrac{6}{7}} \qquad \frac{\tfrac{5}{8} \text{ in } \tfrac{5}{12}}{\tfrac{4\not{0}}{6\not{0}} \,\big|\, \tfrac{2}{3}}$$

2. Unterschied.

Brüche in Ganze zu dividiren.

Die im Eingange dieser Rechnungart gegebene General-Regel tritt hier ein. Da nun schon in der Lehre von der Proportion gesagt worden, daß es rathsam ist, den Divisor gegen den Dividendus zu verkleinern; so kann man, wenn der Zähler und das Ganze diese Eigenschaft haben, diese Verkleinerung vornehmen, oder, wie oft der Fall ist, den Zähler in die ganzen Theile aufheben, und den Quotienten mit des Divisors Nenner multipliciren. Als:

$$\frac{\tfrac{3}{4} \text{ in } \not{12}\ 4}{16}$$

Der

Der Zähler 3 wird in 12 aufgehoben, giebt 4, und mit dem Zähler diese 4 multiplicirt sind 16 Ganze.

Exempel zur Uebung.

$\frac{7}{8}$ in 28 [4] — 32

$\frac{2}{3}$ in 16 [8] — 24

$\frac{5}{6}$ in 18 × 6 — 108; 5: $21\frac{3}{5}$

$\frac{3}{7}$ in 8 × 7 — 56; 3: $18\frac{2}{3}$

$\frac{18}{25}$ [6] in 39 [13] × 25 — 325; 6: $54\frac{1}{6}$

$\frac{15}{16}$ [3] in 20 [4] × 16 — 64; 3: $21\frac{1}{3}$

$\frac{17}{32}$ in 5 × 32 — 160; 17: $9\frac{7}{17}$

$\frac{11}{24}$ in 12 × 24 — 288; 11: $26\frac{2}{11}$

$\frac{13}{16}$ in 6 × 16 — 96; 13: $7\frac{5}{13}$.

3. Unterschied.

Ganze in Brüche zu dividiren.

Hier sind 2 Fälle zu bemerken, entweder der Divisor geht in des Dividendus Zähler auf, oder nicht.

a) Im ersten Fall ist der Quotient aus dem Zähler der neue Zähler und der Nenner bleibt unveränderlich; Als:

3 in $\frac{6}{7}$. — $\frac{2}{7}$

4 in $\frac{12}{17}$. — $\frac{3}{17}$

9 in $\frac{81}{95}$. — $\frac{9}{95}$

b) Im andern Fall aber bleibt der Zähler des Dividendus ungeändert, und der Nenner wird mit dem Divisor multiplicirt, das Produkt wird der neue Nenner. Als:

$$6 \text{ in } \frac{7}{8}. \quad \frac{7}{48} \qquad 4 \text{ in } \frac{5}{6}. \quad \frac{5}{24} \qquad 8 \text{ in } \frac{11}{16} \quad \frac{11}{128}.$$

Doch treten Fälle ein, wo der Divisor und der Zähler des Dividendus ein gemeines Maaß haben; alsdann unterlaße man (wenn es mit Vortheil anzuwenden ist) die Verkleinerung nicht, und die Quotienten aus beyden geben den Maaßstab zur weitern vorhin gegebenen Behandlung. Als:

6) 24 in $\frac{6}{7}$ (24 → 4, 6 → 1) $\quad \frac{1}{28}$

8) 32 in $\frac{24}{75}$ (32 → 4, 24 → 3) $\quad \frac{3}{100}$

3) 15 in $\frac{24}{65}$ (15 → 5, 24 → 8) $\quad \frac{8}{325}$.

16) 48 in $\frac{64}{75}$ (48 → 3, 64 → 4) $\quad \frac{4}{225}$

4. Unterschied.

Ganze in Ganze und Brüche zu dividiren.

Bey Erklärung des ersten Exempels auf der 29 Seite ist zwar bereits das nöthige von der Verfahrungart angezeigt: indessen wird eine kleine Wiederholung nicht überflüßig seyn. Auch hier können nur 3 Fälle vorkommen:

a) Entweder der Divisor geht in den ganzen Zahlen des Dividendus auf,

b) oder es bleibt ein Rest

c) oder der Dividendus ist kleiner, als der Divisor.

a)

a) Beyspiele des ersten Falles sind

$$\frac{3 \text{ in } 18\frac{3}{8}.}{6\frac{1}{8}.} \qquad \frac{4 \text{ in } 24\frac{4}{5}.}{6\frac{1}{5}.} \qquad \frac{5 \text{ in } 65\frac{5}{6}}{13\frac{1}{6}}$$

$$\frac{6 \text{ in } 36\frac{3}{4}.}{6\frac{3}{24} \mid \frac{1}{8}} \qquad \frac{9 \text{ in } 594\frac{12}{30}}{66\frac{19}{270}.}$$

Der Quotienten der ganzen Theile im ersten Exempel waren 6; der Bruch wurde behandelt wie im 3ten Unterschiede a) gezeigt ist: die letzte Aufgabe ist in Absicht des Bruchs aber nach dem 3ten Unterschiede b) behandelt.

b) Beyspiele des 2ten Falles sind folgende.

$$\frac{8 \text{ in } 58\frac{2}{5}}{7\frac{3}{10}} \qquad \frac{9 \text{ in } 73\frac{1}{8}}{8\frac{1}{8}} \qquad \frac{4 \text{ in } 327\frac{11}{16}}{81\frac{59}{64}}$$

$$\frac{136 \text{ in } 173\frac{5}{6}}{1\frac{227}{816}} \qquad \frac{30 \text{ in } 163\frac{17}{30}}{5\frac{407}{900}.}$$

Zuerst wird der Quotient der ganzen Theile gesucht, und der Rest aus den ganzen Theilen mit des Bruchs Nenner multiplicirt, wozu der Zähler addirt wird. Hieraus entsteht der Zähler, und, durch Multiplication des Bruchs Nenner mit dem Divisor, der neue Nenner. Dieser Bruch wird wo möglich verkleinert, und ist nebst den erhaltenen ganzen Theilen der Quotient der Aufgabe. Nemlich beym ersten vorstehender Exempel waren zum Quotient 7 Ganze und 2 Rest, die mit Vermehrung der 3, als des Bruchs Nenner und Zuzählung des Zählers 12 zum Zähler angaben, der Nenner 5 mit dem Divisor 8 vermehrt, sind 40, also $\frac{12}{40}$ oder verkleinert $\frac{3}{10}$ und beziehet sich dieses auf das Verfahren vom Einrichten der Brüche, (Seite 145)

c) Beyspiele des dritten Falles sind aus der gegebenen Anleitung leicht zu berechnen. Man richte den Bruch ein, diese

Summe wird der neue Zähler, der Nenner mit dem Divisor vermehrt wird der neue Nenner; der Bruch wird, wenn es möglich ist, verkleinert. Als:

7 in $2\frac{17}{30}$ — 7 — $\frac{77}{210} \,|\, \frac{11}{30}$.

5 in $2\frac{1}{2}$ — 5 — $\frac{5}{12} \,|\, \frac{1}{2}$

9 in $8\frac{17}{30}$ — $\frac{257}{270}$

12 in $8\frac{5}{6}$ — $\frac{53}{72}$

16 in $11\frac{15}{16}$ — $\frac{191}{256}$

97 in $95\frac{3}{8}$ — $\frac{763}{776}$

136 in $37\frac{5}{6}$ — $\frac{227}{816}$

12 in $8\frac{5}{6}$ — $\frac{53}{72}$

5. Unterschied.

Ganze und Brüche in Ganze zu dividiren.

Der Divisor wird eingerichtet, wie (Seite 145) gesagt ist, und in einen unächten Bruch verwandelt; dann ist die ganze Verfahrungart wie im 2ten Unterschiede dieser Division gelehret worden. Als:

$1\frac{5}{3}$ in 40×5; $\frac{5}{8}$; 200; $8 : 25$

Oder

$1\frac{3}{5}$ in 40; $\frac{8}{5}$; 5×5; 25

$4\frac{1}{2}$ in 12×2; $\frac{9}{2}$; 24; $9 : 2\frac{2}{3}$

$11\frac{5}{16}$ in 72×16; $\frac{181}{16}$; 1152; $181 : 6\frac{66}{181}$.

Man hat übrigens im Practischen nie nöthig, den Nenner des eingerichteten unächten Bruchs unterzusetzen, sondern kann sogleich mit dem Nenner die ganzen Theile, vermehren, und durch den Zähler theilen; so wie überhaupt in vie-

vielen oft angeführten Exempeln die Zeichen und Beisetzung der Divisoren oder Multiplicatoren weg bleiben müßen.

Exempel zur Uebung.

$15\frac{3}{4}$ in 77 | 63 | $\frac{28}{63} \mid \frac{4}{9}$

$15\frac{5}{8}$ in 150 | 125 | 1200 | $9\frac{3}{5}$

$2\frac{17}{30}$ in 76 | 77 | 2280 | 7 | $325\frac{5}{7}$ | 11 | $29\frac{47}{77}$

$7\frac{12}{25}$ in 567 . . | 188: 14175 | 101 | 7 | $75\frac{75}{188}$

6. Unterschied.

Brüche in Ganze und Brüche zu dividiren.

Man wende blos die General Regel an: Multiplicire den Dividendus mit dem Zähler und theile das Produkt durch den Nenner des Divisors. Als:

$\frac{3}{4}$ in $12\frac{1}{2} \times 4$ | 50 | 3: $16\frac{2}{3}$

$\frac{5}{8}$ in $16\frac{3}{4}$. $\times 8$ | 134 | 5: $26\frac{4}{5}$

$\frac{7}{9}$ in $18\frac{2}{3} \times 9$ | 168 | 7: 24

$\frac{2}{3}$ in $9\frac{1}{12} \times 3$ | $27\frac{1}{4}$ | 2: $13\frac{5}{8}$.

$\frac{4}{5}$ in $16\frac{3}{4} \times 5$ | $83\frac{3}{4}$ | 4: $20\frac{15}{16}$

$\frac{6}{7}$ in $8\frac{11}{16} \times 7$ | $60\frac{13}{16}$ | 6: $10\frac{13}{96}$

7. Unterschied.

Ganze und Brüche in Brüche zu dividiren.

Man richte den Divisor ein, hieraus entsteht ein unächter Bruch, wo der Nenner den Dividendus multiplicirt, und der Zähler das Produkt dividirt. Als:

$1\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ $\qquad$ $3\frac{2}{3}$ in $\frac{3}{4} \times 3$
$5 \qquad 3 \dagger \frac{3}{5} \qquad 11 \qquad 2\frac{1}{4}$
$\not{4} \qquad \not{4} \qquad\qquad \frac{9}{44}$

$1\frac{1}{6}$ in $\frac{2}{3} \times 6$ $\qquad$ $5\frac{7}{12}$ in $\frac{3}{8} \times 12$
$7: \qquad 4 \dagger \frac{4}{7} \qquad 67 \qquad 4\frac{1}{2}$
$\frac{9}{134}$

$7\frac{4}{7}$ in $\frac{3}{5} \times 7$ $\qquad$ $6\frac{3}{5}$ in $\frac{3}{4} \times 5$
$53 \qquad 4\frac{1}{5} \qquad 33 \qquad \frac{15}{132} \Big| \frac{3}{\frac{5}{44}}$
$\frac{21}{265}$

8. Unterschied.

Ganze und Brüche in Ganze und Brüche zu dividiren.

Da sowohl der Divisor als der Dividendus unreine Brüche sind, so verwandle man sie in unächte, und behandle diese Aufgaben wie im ersten Unterschiede gezeigt ist. Als:

$3\frac{2}{3}$ in $36\frac{2}{3}$ $\qquad$ $4\frac{4}{9}$ in $5\frac{5}{9}$
$11: \qquad 110 \dagger 10 \qquad 40: \qquad 50 \dagger 1\frac{1}{4}.$
$\not{3} \qquad \not{3} \qquad \not{9} \qquad \not{9}$

Oder man richte blos den Divisor ein, multiplicire mit dem Nenner den Dividendus, und theile das Produkt durch den Zähler des unächten Bruchs im Divisor. Als:

$9\frac{1}{3}$

$9\frac{1}{3}$ in $175\frac{7}{9}$ × 3
28 | $527\frac{1}{3}$
4: $131\frac{5}{6}$
7: $18\frac{5}{6}$

$3\frac{3}{4}$ in $50\frac{4}{5}$ × 4
15 | $203\frac{1}{5}$
15: $13\frac{41}{75}$

$13\frac{5}{6}$ in $95\frac{3}{8}$ × 6
83: $572\frac{1}{4}$
$6\frac{297}{332}$

$7\frac{5}{12}$ in $68\frac{5}{6}$ × 12
89 | 826
$9\frac{25}{89}$.

$11\frac{15}{16}$ in $7\frac{2}{3}$ × 16
191 | $122\frac{2}{3}$
$\frac{368}{573}$

$3\frac{6}{7}$ in $24\frac{5}{9}$ × 4
27 | $171\frac{8}{9}$
$6\frac{89}{243}$.

Schlußbemerkungen zu den 4 Species in Brüchen.

Wenn der Divisor aus mehreren benannten Größen, das ist, aus Ganzen und daraus fließenden kleinern Sorten bestehet, so muß er zu der kleinsten dabey stehenden Sorte resolvirt werden. Die Anleitung hierzu gibt die Regel de Tri in ganzen Zahlen, 2ter Hauptpunkt auf der 113. Seite. Stehen Brüche dabey, so muß das aus der Resolution entstandene Produkt durch den Bruch eingerichtet werden. Mit dem Nenner, der zur Einrichtung des Bruchs gedient hat, multiplicirt man den Dividendus: er mag aus bloßen ganzen oder daraus fließenden kleinen Sorten bestehen oder nicht.

Uebrigens bleibt das angezeigte Verfahren im 2ten Hauptpunkt der Regel de Tri in ganzen Zahlen hierbey unveränderlich, und wird davon in der Regel de Tri in Brüchen ebenfalls Anwendung gemacht.

Von den Vortheilen in der Multiplication und Division sind fürs Allgemeine die zu empfehlen, deren in der Abhandlung von

Vortheilen in benannten ganzen Zahlen gedacht ist. Dadurch, daß man sich die nöthige Kenntniß von den Brüchen erworben hat, übersieht man die damals bemerkte Vortheile besser, verstehet sie gründlicher und macht sich einen deutlichern vollständigern Begrif von der auf der 24ten und folgenden Seite stehenden Tabelle.

Von den Decimal-Brüchen.

Zwar sind Decimal-Brüche noch nicht im allgemeinen Gebrauch, und ihrer haben sich bis jetzt vorzüglich Mathematiker bedient; indeßen sind sie in diesem Theil immer einer Erwähnung werth, und soll davon so viel gesagt werden, als zu einer hinlänglichen Vorkenntniß derselben nöthig ist.

Unter Decimal-Brüchen versteht man jeden Bruch, dessen Nenner eine 1 ist, hinter welcher eine oder mehrere Nullen stehen. Z. B. $\frac{1}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{184}{1000}$.

Sobald aber die bedeutliche Zahl im Nenner nicht 1 ist, verliert der Bruch die Eigenschaft eines Decimal-Bruchs und noch weniger kann man einen Bruch, wo im Nenner der 1 noch bedeutliche Zahlen nachstehen für einen Decimal Bruch halten.

Wer mit Aufmerksamkeit die bisher abgehandelten Rechnungarten durchgedacht hat, der wird wissen, wie viel auf die Stelle ankommt, in welcher eine Zahl stehet, daß sie in der letzten zur Rechten Einer, in der vorletzten Zehner u. s. w. bedeutet, und darnach ihr Werth angenommen wird, daß durch jede Ausrückung zur rechten oder zur linken Hand um eine Zahl, der Werth zehnfach gewinnt oder verliert, um 2 Zahlen hundertfach u. s. f.

Diese wiederholte Bemerkung wird Niemand als überflüßig ansehen können, weil sie über die Rechtschreibung der Deci-

Decimal-Brüche viel Licht verbreitet, die von der, welche in der allgemeinen Bruchrechnung angeführt ist, sehr abweicht.

Damit viele Umschreibungen erspart werden, mag unter dem Ausdruck Decimal-Ordnung überhaupt der Werth jeder Zahl in ihrem Platz angenommen werden. Z. B. Bey 354 ist nach der Decimal-Ordnung die 3 als die erste Ziffer zur Linken in dem Werth der Hunderte, die 5 als die zwote in dem Werth der Zehener, und die 4 als die dritte in dem Werth der Einer.

Macht man nun hinter die Einer einer aufgegebenen Zahl ein Komma, und setzt hinter dieses Komma eine Ziffer, so muß diese Ziffer geringer als die Einer und folglich ein Bruch seyn.

Wäre also hinter 354 die Ziffer 8, so stünde es 354, 8 und diese 8 wäre der Zähler eines Decimal-Bruchs, deßen Nenner 10 wäre, und hieße es $354\frac{8}{10}$.

Stehen hinter dem Komma 2 Zahlen, so ist der Nenner 100. Es wird also $17\frac{39}{100}$ in der Rechtschreibung der Decimal-Brüche aufgezeichnet 17, 39.

Stehen hinter dem Komma 3 Zahlen, so ist der Nenner 1000, daß also der Zähler allemal eine Ziffer weniger als der Nenner haben muß, weil dieser nur aus einer 1 und danebenstehenden Nullen besteht.

Da also der Grundsatz als alleingeltend anzunehmen ist, daß beym Schreiben der Decimal-Brüche der Nenner allemal wegbleibt, und die Ziffern hinter dem Komma, als Zähler, nur eine Ziffer weniger haben müßen als der Nenner, so folgt, daß, wenn der Zähler nur aus einer bedeutlichen Zahl bestehet, ihm so viel Nullen zur linken Hand vorgesetzt werden müßen, als er nach der Decimal-Ordnung an Ziffern haben muß. Es würde demnach $126\frac{7}{100}$ geschrieben werden müßen 126,07.

In der Abhandlung von den Brüchen überhaupt wurden auf der 143sten Seite auseinander gesetzt, daß der Nenner allemal als Divisor angenommen wird; es wäre z. B. die Zahl 12607 durch 100 dividirt, so würden zur rechten Hand des Dividendus 2 Zahlen abgeschnitten seyn, nach Anleitung der Division Seite 37 und 50 und dieses konnte keine andere seyn als 07.

Aus diesen detaillirten Vorfällen wird wahrscheinlich jeder sich einen vollständigen Begrif von der Rechtschreibung der Decimal-Brüche machen können, in so fern der Decimal-Bruch an einer ganzen Zahl hängt.

Wenn aber bey dem Bruche keine ganze Zahl angegeben wird, so muß der Mangel dieser ganzen Zahlen durch eine Nulle ausgedrückt werden z. B. $\frac{11}{1000}$ wird geschrieben 0,011. Es drückt also die erste Nulle, welche durch ein Komma von der zwoten getrennt ist, den Mangel der ganzen Theile aus.

Die Vortheile der Decimal-Brüche sind

1. daß der Bruch nie eingerichtet werden darf.
2. daß man bei der Addition oder Subtraction keinen Generalnenner zu suchen nöthig hat
3. daß der Nenner allemal ein bequemer Multiplicator oder Divisor ist.

Wenn Decimal-Brüche zu addiren sind, so kommt es hauptsächlich darauf an, daß man den Zähler gehörig zu ordnen wisse. Die erste Stelle hinter dem Komma bedeutet Zehen, die zwote Hundert, die dritte Tausendtheile u. s. f. Stehet also in der ersten Stelle eine Nulle, so wird die zwote in die Stelle der Hunderte gerücket, wo sie einen 10 fach geringern Werth ausdrückt. 0, 8 ist $\frac{8}{10}$ 0, 08 ist $\frac{8}{100}$ 0, 008 ist $\frac{8}{1000}$. Ehe aber zu den 4 Species dieser

Brüche

Brüche geschritten werden kann, muß eine Anleitung vorausgehen.

Einen gegebenen Bruch zu einen Decimal-Bruch zu bilden.

Die Generalregel ist: Man gebe dem Zähler eine willkührliche Anzahl Nullen und theile das Produkt durch den Nenner. Z. B. $\frac{3}{4}$. An den Zähler hange man zwo Nullen so erhält man 300 getheilt durch den Nenner 4, ist der Quotient 75 als Zähler, und da dieser eine Ziffer weniger haben muß als der Nenner, so kann solcher nicht anders als 100 seyn, und wäre hieraus der Decimal-Bruch 0, 75 entstanden.

Hätte man dem Zähler 3 mehrere Nullen z. B. 4 Nullen gegeben, woraus das Produkt 30000 kommen mußte, welches durch 4 getheilt zum Zähler eines Decimal-Bruchs 7500 gab; so mußte der Nenner eine Ziffer mehr, 10000 seyn. Wo aber beym Zähler und Nenner zur rechten Hand Nullen sich befinden, kann man solche gegen einander nach den Regeln der Verkleinerung wegstreichen.

Durch alle gewöhnliche Brüche, deren Nenner am Ende sich in 10 100 1000 u. s. f. aufheben laßen, kann man einen genauen Decimal-Bruch erhalten. Von solchen Brüchen aber, deren Nenner in verschiedenen dem Zähler angehängten Nullen nicht völlig aufgehen, kann man einen genauen Decimal-Bruch nicht erhalten, und diese nennt man unendliche Brüche. Es entsteht demnach immer eine Differenz zwischen dem Decimal-Bruch und dem aufgegebenen Bruch, die man aber, wenn nicht nach der äusersten Strenge gerechnet werden darf, durch mehrere dem Zähler angehängten Nullen und darin geschehenen Division mit dem Nenner so unbeträchlich machen kann, daß sie für nichts zu achten ist: denn durch Anhang einer jeden Nulle wird der Nenner 10 mal

mal größer, also der Werth in 10 mal kleinere Theile getheilt als er vorher war, folglich die Differenz zehnfach geringer.

Erhält der Zähler nur eine Nulle, worin der Nenner dividirt wird; so beträgt die Differenz niemals $\frac{1}{10}$, durch 2 Nullen nie $\frac{1}{100}$, durch 3 Nullen nie $\frac{1}{1000}$, durch 4 Nullen nie $\frac{1}{10000}$ Theil der Einheit. Z. B. $\frac{23}{79}$.

79: 230000 † 0,2911. $\frac{31}{79}$
72911
13

Der Rest war 31 oder Bruchsweise $\frac{31}{79}$ Zehntausend-Theilchen. Daß also, wenn eine Größe in 10000 Theile getheilt wäre, diese Differenz nur $\frac{31}{79}$ eines solchen Theilchens ausmachte, und nach dieser Methode ist der Decimal-Bruch von $\frac{23}{79}$ sehr genau gerechnet. 0, 2911.

Exempel zur Uebung.

$\frac{43}{72}$ 72: 43000 † 0,597
7326
1

$\frac{5}{16}$ 16: 50000 † 0,3125
248

Einen unächten Bruch in einen unreinen Decimal-Bruch zu verwandeln.

Die Verfahrungart ist mit der gezeigten ganz gleich, nemlich es werden dem Zähler willkürliche Nullen angehängt und das Produkt durch den Nenner dividirt. Hier entstehen aber Ganze, und dieser Quotient muß hinter dem Divisionszeichen vor dem Komma folgen. Z. B.

$\frac{12}{7}$

$\frac{12}{7}$ 7: 12000 † 1,714
5132

Bey dergleichen Behandlungen hat man hauptsächlich darauf zu sehen: daß man wärend der Division sich zu dem Nenner so viel Nullen denkt, als man dem Zähler gegeben hat, um keinen unrichtigen Quotienten zu bekommen.

Einen unreinen Bruch in einen unächten Decimal-Bruch zu verwandeln.

Man laße die Ganzen in ihrem Werthe, setze darneben den nach der gegebenen Lehrart in einen Decimal-Bruch verwandelten gewöhnlichen Bruch und bemerke durch ein Komma die Ganzen von dem Bruch, z. B.

$1\frac{5}{7}$ 7: 5000 † 714 = 1,714.
132

Additio der Decimal-Brüche.

Die aufgegebenen Posten werden addirt ohne aufs Komma zu sehen, und in der Hauptsumma werden so viel Zahlen durch ein Komma abgeschnitten, als der größte Decimal-Bruch Decimal-Stellen hat. z. B.

```
     0,9
   348,57
   466,085
    34,57
    12,8917
  ---------
   893,0167
```

Auf der (Seite 201) ist bereits die Ordnung berührt, in welcher die Zähler stehen müssen. Da der größte Bruch 4 Zahlen im Zähler hat, so mußte der Nenner 10000 seyn, aus den Brüchen entstanden 30167 folglich 3, 0167 und diese Ganze mußten zu den ganzen Theilen addirt werden.

Exem-

Exempel zur Uebung.

5, 17	67, 134
37, 7	9, 04
219, 137	23, 5
64, 053	716, 3579
921, 1212	34, 009
1247, 1812	850, 0409

Subtractio der Decimal-Brüche.

Die Ziffern werden gleichfalls nach der Decimalordnung untereinander gesetzt, und ohne aufs Komma zu achten der Subtractor vom Subtrahendus abgezogen; hat dieser aber weniger Decimal-Stellen als jener; so hänge man solchem so viel Nullen an als der Unterschied dieser Decimal-Stellen austrägt. Als:

	48, 5	129, 618	36, 5
	÷ 42, 7	÷ 78, 374	÷ 17, 9011
Rest	5, 8	51, 244	18, 5989

In der letzten Aufgabe hat der Subtrahendus nur eine Decimal-Stelle, es werden ihm also 3 Nullen beygelegt, die man sich hinzu denken kann, ohne sie vorher hinzuzeichnen.

Es ist also übrigens diese Behandlungart mit der in der Subtraction in unbenannten ganzen Zahlen gleich.

Multiplicatio

in Decimal-Brüchen,

und zwar

1. Wenn beyde Factoren einfache Brüche sind, multiplicire man die Decimal-Brüche als wären sie ganze Zahlen. Im Produkt schneide man so viel Decimal-Stellen ab, als der Multiplicator und Multiplicandus haben. Z. B.

0,4 ⨯ 0, 7.
0, 28

0, 27 ⨯ 0, 717
0, 2151 (3
0, 19359 (9

Bey der letzten Aufgabe hatte der Factor 27 zwo Decimal-Stellen, und der Factor 717 drey Decimal-Stellen; folglich mußten 5 Zahlen von diesem Produkt abgeschnitten werden, und wäre solches nach der gewöhnlichen Bruch-Rechnung.

$$\frac{19359}{100000}$$

2. Wenn bey einem der Factoren ganze Grössen angegeben sind, so multipliciret man, ohne aufs Komma zu achten, solche mit einander und schneidet vom Produkt so viel Decimal-Stellen ab, als beyde Factoren haben.

Sind aber im Produkt so viel Decimal-Stellen nicht, so ersetzt man die fehlenden durch vorgesetzte Nullen.

3,04 ⨯ 0,48
1824 (6
1,4592 (8

2, 13 ⨯ 0,08
0,1704

8,4 ⨯ 0, 0099
756 (9
0,08316 (11

In der letzten Aufgabe hatte das Produkt nur 4 Decimal-Stellen: in beyden Factoren aber finden sich 5 Decimal-Stellen, folglich mußte die fehlende durch die vorgesetzte Nulle ersetzt werden; die Nulle jenseits des Komma zeigt an, daß keine ganzen Größen da sind.

3. Wenn beyde Factoren aus ganzen Grössen und angehängten Decimal-Brüchen bestehen, so ist die Verfahrungart ganz die vorige. Man multiplicire beyde Factoren mit einander und schneide von dem Produkt so viel Decimal-Stellen ab, als beyde Factoren zusammen haben. Als:

14,7	×	28,432
		11,3728
		199024
		417,9504

Der Beweis aller dieser Aufgaben liegt in der Natur der Sache selbst. Würden diese Exempel nach der gewöhnlichen Bruch-Rechnung aufgelöst seyn, so hätte man die Brüche eingerichtet, die aus der Einrichtung entstandenen Summen mit einander multiplicirt, und diese Summe durch die Nenner, die vorher auch vermehrt waren, getheilt.

Die Decimal-Stellen der Brüche geben die Zahl der Nullen an, die der Nenner hat; werden 2 Summen, die aus einer 1 mit daran hängenden Nullen bestehen, mit einander vermehrt, so geschieht diese Vermehrung durch den Anhang der Nullen, die der eine Factor hat: also folgt, daß die Anzahl der Decimal-Stellen die Nullen des vermehrten Nenners angaben. 1 dividirt nicht, sondern man schneidet blos so viel Nullen ab. Entstehen durch die Multiplication zur rechten Hand des Produkts Nullen, so können solche weggestrichen werden, weil nach den Regeln der Verkleinerung die End-Nullen des Zählers gegen den Nenner aufgehoben werden können.

Di-

Division in Decimal-Brüchen.

Nur in 2 Hauptbemerkungen zerfällt diese Species.

1. ob der Divisor weniger Decimal-Stellen hat, als der Dividendus.

2. ob er eben so viel oder mehrere Decimal-Stellen hat, als der Dividendus.

Im ersten Fall, wo der Divisor weniger Decimal-Stellen hat, dividirt man nach den Grundsäzen der Division in unbenannten ganzen Zahlen und schneidet vom Quotienten so viel Zahlen ab, als der Dividendus den Divisor an Decimal-Stellen übertrift. Z. B.

0, 5: 0, 75 † 1,5

Der Dividendus hat eine Decimal-Stelle mehr, als der Divisor, es ist also im Quotienten nur eine Zahl durchs Komma getrennt, und dieser Quotient ist nach Rechtschreibung der ordinären Brüche $1\frac{5}{10}$ oder $1\frac{1}{2}$.

Bleibt aber bey der Division ein Rest, so kann man diesen Rest dem Quotienten Bruchweise anhängen, und dienet dieses nur, um die Differenz der Unrichtigkeit zu bemerken. Wird aber die äuserste Strenge verlangt, so kann man den Dividendus noch eine oder mehrere Nullen zur Rechten anhängen und die Division fortsetzen; alsdenn aber muß man auch so viel Zahlen vom Quotienten abschneiden, als mit Inbegrif der angehängten Nullen der Dividendus mehr Decimal-Stellen enthält, als der Divisor. Z. B.

41, 79: 148743 † 3,5 $\frac{2478}{4179}$
23378
24

Dieser Rest scheint etwas beträchtlich, ob er gleich nur $\frac{2478}{41790}$ beträgt. Um diese Differenz näher zu bestimmen hänge man dem Dividendus noch eine Nulle an als:

```
41, 79: 1487430 ┼ 3,55
         233785
           248
            3
```

Hierdurch aber hatte der Dividendus noch eine Decimal-Stelle mehr bekommen und war um 2 Decimal-Stellen stärker, als der Divisor, folglich mußten vom Quotienten 2 Zahlen abgeschnitten werden.

Es ist übrigens einerley, diese willkürlichen Nullen dem Dividendus oder dem Rest anzuhängen. Bey der vorigen Aufgabe konnte man den Decimal-Bruch 3, 55$\frac{3835}{4178}$ zu 3, 56 annehmen, wodurch die Unrichtigkeit nur 3, 56 ÷ $\frac{294}{417900}$ war.

Im zweyten Fall, wo der Dividendus gleiche oder weniger Decimal-Stellen, als der Divisor hat, müßen dem Dividendus wenigstens eine mehr beygelegt werden, als der Divisor angiebt, und dieses geschieht durch Anhangen der Nullen an den Dividendus. Als: 4, 178: 6, 09.

Der Dividendus hat 2, der Divisor 3 Decimal-Stellen. Jener erhält also 2 Nullen, und denn stehet die Aufgabe.

```
4, 178: 6,0000 ┼ 1,4
        1,9128
         240
```

Weil nun der Divisor durch diese Behandlung um 1 Decimal-Stelle schwächer ist, als der Dividendus, so ist dem Quo-

Quotienten eine Zahl zur Decimal-Stelle abgeschnitten. Will man den Rest noch geringer bestimmen, so verfahre man nach der im ersten Fall gegebenen Vorschrift.

Die Beweise aller dieser Aufgaben gründen sich auf die Verfahrungen die in der Division der Brüche gelehrt sind, wo die Brüche eingerichtet werden müssen, und der Nenner des Divisors multiplicirt und sein Zähler dividirt.

Man behandle darnach die letzte Aufgabe.

$4\frac{178}{1000}$:		$6\frac{9}{100}$		
4178 ⋊	100	609 ⋊	1000	
4178~~00~~		~~609000~~	┼	$1\frac{1912}{4178}$
		1912		

Wird der Bruch $\frac{1912}{4178}$ zum Decimal-Bruch gemacht; so entstehet 0, $4\frac{2408}{4178}$.

Die Proben der 4 Species verhalten sich hier eben so wie in den 4 Species in unbenannten ganzen Zahlen.

Wird eine Größe durch 10, 100, 1000. u. s. w. multiplicirt, so darf man nur das Komma um so viel Nullen, als der Multiplicator hat, zur rechten Hand ausrücken, bey der Division aber nach der linken Hand einrücken.

	multiplicirt		dividirt
	0,37		0,37
10	3,7	10:	0,037
100	37,	100:	0,0037
1000	370,	1000:	0,00037
10000	3700,	10000:	0,000037

Durch diese Behandlung der Decimal-Brüche ist hoffentlich, was zu ihrer Kenntniß erforderlich ist, angeführt,

und hinlänglich für den ersten Theil dieses Rechenbuchs aus: einander gesetzt, der nur zum gemeinnützigen Gebrauch die: nen soll, da er keine höhere Rechnungarten in sich schließt.

Regel de Tri in Brüchen.

Die Ordnung der Sätze, — und zu gegebenen Verhältnis: sen die, unbekannten zu suchen — die Regel, daß B und C mit einander vermehrt und durch A getheilt werden — alles dieses hat die Regel de Tri in Brüchen mit der in ganzen Zahlen gemein. Alle die gezeigten Vortheile der Zerfällung der klei: nern Sorten auf ihre größern, — die Berechnung mit minus, — die Reduction den hintern Satz den mitlern gleichnamig zu machen, — sind in der Regel de Tri in Brüchen eben so wie in der Regel de Tri in ganzen Zahlen anzuwenden. Eine specielle Wiederholung wäre daher überflüßig;

Wer mit Aufmerksamkeit die 4 Species in Brüchen stu: dirt hat, der wird mit der einzigen Bemerkung sich helfen können, daß

1. in der Multiplication der Nenner vermehrt und der Zähler theilt. Oder, der Zähler auf den Nenner zerfällt und mit den daraus genommenen Größen, aus den Multipticandus die Theile gezogen, und zusammen gezählt werden können.

2. Daß in der Division der Nenner multiplicirt und der Zähler dividirt.

Es folgt also, daß mit den Nennern die in B und C vor: kommen, die in A gegebenen Größen (wenn die Zerfällung des Zählers unterbleibt) vermehrt, und mit dem Nenner in A auf B oder C ein gleiches angewendet werden müße.

Mit dem Nenner in A vermehrt man gewöhnlich den Satz, wo der dabey stehende Bruch durch den Nenner aufge: hoben,

hoben werden, oder wo man übersehen kann, daß dadurch einer der Factoren ein bequemer Multiplicator wird; denn B und C sind immer als 2 Factoren anzusehen.

Auch die Regel de Tri in Brüchen wird nach dem Plan vieler Rechner in 3 Hauptpunkte abgetheilt, wovon

der erste mit Multiplication=
der zweete mit Division= } Aufgaben sich beschäftigt.
der dritte mit Proportion=

Ob diese Eintheilung aber zweckmäßig ist, mögen jene unbefangene Prüfer entscheiden, die ihren ehemaligen Lehrern da nicht nachzwitschern, wo sie unrecht hatten, und nicht an dem Vorurtheile kleben, durchaus so handeln zu müßen, wie ihre Väter.

Da Multiplicationsaufgaben in Brüchen mit der Regel der Division verbunden sind, gegenseitig Divisionsexempel in Verbindung mit der Multiplication aufgelößt werden müßen, und bey der Multiplication das Verkleinern der Größen statt findet; so ist nicht abzusehen, aus welchem Grunde jene Abtheilung der 3 Hauptpunkte beibehalten werden müße.

Stehet in dem ersten Satze der Aufgabe würklich nur eine Unität, und in B oder C sind Brüche, die eingerichtet werden; so wird der Nenner, durch welchen einer dieser Brüche eingerichtet ist, in den Vordersatz A gesetzt, und dadurch sogleich der dritte Hauptpunkt gebildet.

Wo übrigens die Fälle nicht so einseitig sind, wird man in der Regel de Tri in ganzen Zahlen die nöthigsten Verfahrungarten finden, und deshalb soll die Regel de Tri in Brüchen nur in folgende Unterschiede abgetheilt werden.

1) wenn in	A.		Brüche vorkommen
2) " "	B.		
3) " "	C.		
4) " "	B.	und C.	
5) " "	A.	" C.	
6) " "	A.	" B.	
7) " "	A.	B. und C.	

Jeder dieser Unterschiede hat wieder 2 Abtheilungen; entweder der Satz ist ein reiner oder ein unreiner Bruch; und diese Distinctionen werden die Gegenstände folgender Abhandlungen seyn.

Erster Unterschied.

Wenn in A Brüche stehen, und

a) solcher ein reiner Bruch ist.

Mit dem Nenner vermehrt man B oder C, nachdem werden beyde Größen mit einander multiplicirt, und das Produkt durch den Zähler in A getheilt. Als:

$\frac{1}{2}$ Wispl. — 8 Rthl. 9 Gr. — 20 Wisp.?
Facit 335 — 40 × 2

Oder

$\frac{1}{2}$ Wispl. — 8 Rthl. 9 Gr. — 20 Wispl.?
16 Rthl. 18 Gr. × 2
Facit 335 Rthl. — × 20

Man sieht hieraus, daß es gleich ist, welcher Satz durch den Nenner aus A vermehrt wird.

Die Richtigkeit des Betrags erklärt sich zwar aus der ersten Auflösungart, wo die 20 ganze Wispel, durch 2 vermehrt, halbe Wispel werden müssen, weil die Frage auf ganze Wispel ge-

gerichtet und der Preiß nur von $\frac{1}{2}$ Wispel angegeben war, und die zwote Behandlung führt den Beweis mit sich: wenn $\frac{1}{2}$ Wispel 8 Rthl. 9 gr. kostet, so folgt, daß ein ganzer Wispel noch einmal so viel, folglich 16 Rthl. 18 gr. kosten muß, deren 20facher Werth den Betrag von 20 Wispeln angeben muß.

```
¼ ℔ — 3 gr. 9 ₰ — 86 ℔?
      15 gr. —  ×4   8: 10.   18  ×5
      3.  8          Facit 53 Rthl. 18 gr.
      ×
      5.
```

Hier war es rathsam, den Mittelsatz zu vermehren, um der Zerfällung der Pfennige überhoben zu seyn. Mit den 15 gr. ist nach der (Seite 79) angezeigten Methode verfahren.

```
¼ Schfl — 4 gr. 4 ₰ — 19 Wisp. 17 Schfl?  ×4
          4.   6.     78        20
          4.  12.     1892            ×24
                       315 : 8 : — :
                        26 : 6 : 8 :
          Facit Rthl. 341 Rthl. 14 gr. 8 ₰
```

Oder

```
¼ Schfl 4 gr. 4 ₰ — 19 Wispl. 17 Schfl.?  ×24
        17 gr. 4 ₰ ×4      473
        12.   2            236 : 12 :
         4.   3             78 : 20 :
        1 gr. 4 ₰ 3         26 :  6 : 8 :
        Facit 341 Rthl. 14 gr. 8 ₰
```

⅛ ℔ — 5 ℋ 9 ₰ — 68 ℔ 8 Lᵒ?

1. 22 — ×8 | 32: 192 ×24
2. ÷ 2 ℋ | 6 ℋ ×2
2. 12 | 136 :: 12
Facit ÷ 5 :: 16 :: 6
130 Rthl. 19 ℋ 6 ₰

Oder

⅛ ℔ — 5 ℋ 9 ₰ — 68 ℔ 8 Lᵒ?

3. 8 | 546 — ×24
2. 12.* | 68. 6
9 ×4 | 45. 12
| 17. 1 6

Facit 130 Rthl. 19 ℋ 6 ₰

Im ersten Beyspiel sind die 8 Lᵒ zu ℋ reducirt. Dieser weitläuftigen Reduction bedarf es aber bey den Brüchen nicht. Denn 8 Lᵒ sind der 4te Theil eines Pfundes, und der 4te Theil eines Thalers sind 6 ℋ: folglich dürften nur gleich 6 ℋ untergesetzt werden; denn wenn die neben den Ganzen stehenden kleinern Sorten zu einem Bruch reducirt werden, so hört die Benennung dieser kleinern Sorten auf und wird ihr Werth durch den Bruch, den sie auf Ganze haben, bezeichnet. Dadurch sind die kleinern Sorten in C weggeschaft, die Anzahl der Ganzen im dritten Satz nehmen, wie Seite 105 gesagt ist, den Namen der Sorten in B an, folglich auch der Bruch, der sich auf die Ganzen unmittelbar bezieht.

Bisher sind solche Aufgaben gewählt, wo der Zähler als 1 dividirte. Ihnen folgen Exempel, wo der Zähler mehr als den einfachen Werth des Nenners angiebt.

Nach der Generalregel theilt der Zähler das Produkt, welches aus der Vermehrung B und C mit einander, und nach-

nachmaliger Vermehrung mit dem Nenner aus A entstanden ist.

Kann man aber, ehe man diese Vermehrung vornimmt, mit dem Zähler den mitlern oder hintern Satz ohne Rest dividiren, so erhält man den Vortheil, daß einer der Factoren kleiner und also zum Multiplicator bequemer wird.

```
3/8 ℔ — 12 fl 6 kr — 126 ℔?
        ─────────        ─────
        4 Rthl 4 fl — ✕ 8   3: 42
        ─────────── (6
        25 —
        ─────────── 
  Facit 175 Rthl    (7
```

Oder

```
3/8 ℔ — 12 fl 6 kr — 126 ℔?
        ─────────        ─────
        12 . 2       3:   42
                         ─────
        6 . 24           336 ✕ 8
                         ─────
                         168:
                           7:
                         ─────
                         175 Rthl
```

Oder

```
3/8 ℔ — 12 fl 6 kr — 126 ℔?
      ──────────
     3:  4    2            42
      ──────────
      1 Rthl 9 fl 4 kr ✕ 8  7
           ────────        ────
           8 . 3   Facit 175 Rthl
           1 fl 4 kr 6
```

Der Beweis stützt sich auf die nemlichen Gründe, die bey den ersten zwo Aufgaben dieses Unterschieds angegeben sind; und daß mit der 3 zuvor dividirt ist, gründet sich auf die Seite 70 und 71 angezeigten Verkleinerungsregeln,

 welche

welche in der Division in Brüchen im 2ten Unterschiede (Seite 192) wiederholt sind.

$\frac{7}{16}$ ℒ — 48 Rℓ 19 ℋ 6 ₰ — 33 ℒ $27\frac{1}{2}$ ℔?
781 Rℓ — — × 16 $\frac{1}{4}$ ℒ
3905 × 5 7: 4 18
÷ 195 6 5 Rℓ ÷ 6 ℋ
Facit 3709 Rℓ 18 ℋ 4

B ist durch 16 vermehrt, und C durch 7 dividirt. Wo aber diese Proportion nicht mit Vortheil anzubringen ist, verfahre man nach der Generalregel, wo in A der Nenner multiplicirt und der Zähler dividirt.

$\frac{7}{9}$ m℥ — 1 ℔ — 128 m℥?
1152 × 9
7:
Facit 164 m℥ 9 ß $1\frac{5}{7}$ ₰

$\frac{11}{14}$ Lℓ — 19 Rℓ 20 ℋ 7 ₰ — 14 St℔ 8 Lℓ?
12 . 2 288 Lℓ × 14
8 . 3 * 1152
6 . 16 4032 × 19
1 . 6 36288
2016
1344
84
14
80066
11:
Facit 7278 Rℓ 17 ℋ $5\frac{7}{11}$ ₰

Oder

Oder

$\frac{11}{14}$ Lth — 19 Rthl. 20 ß 7 ₰ — 14 Stb 8 Lth?

238 7 — (12 288 Lth.

5719 Rthl. (24 × 14

22876

80066

11 :

Facit. 7278 Rthl. 17 ß $5\frac{5}{11}$ ₰

$\frac{9}{10}$ Ball. — 14 Rthl. 8 ß — 15 Ball. 6 Rieß?

8 . 3 156 — × 10

624 —

52 —

2236

9 :

Facit 248 Rthl. 10 ß 8 ₰

$\frac{3}{4}$ Orth. — 37 Rthl. 14 ß 9 ₰ — 1 Fud. 3 Orth. 1 Anker?

150 : 11 : — × 4 7 Orth. 1 Anker

1053 : 5 — × 7 1 . 6

25 : 1 10

1078 Rthl. 10 ß $3\frac{1}{3}$ ₰

$\frac{2}{3}$ Karath — 17 Rthl. 18 ß 9 ₰ — 12 Karath?

53 : 8 : 3 : × 3 4: 3

Facit 480 Rthl. 2 ß 3 ₰ × 9

$\frac{7}{16}$ Centner — 8 Rthl. 4 ß 6 ₰ — 13 Centner 48 tb?

131 — — × 16 22 . 5

1703 — — × 13 22 . 1

55 2 . 11

26 : 4 : $9\frac{3}{5}$ | 33 2 . 1

26 : 4 : $9\frac{3}{5}$ | 33

2 : 9 : $1\frac{53}{55}$ | 53

2 : 9 : $1\frac{53}{55}$ | 53

7: 1760 Rthl. 3 ß $11\frac{7}{55}$ ₰ 172

Facit 251 Rthl. 10 ß $10\frac{62}{385}$ ₰

2. Wenn

b. Wenn in A ein unreiner Bruch stehet; so verwandelt man ihn in einen unächten Bruch, und vermehrt mit dem Nenner den mitlern oder hintern Satz, multiplicirt alsdann die beyden Factoren in B und C mit einander und theilt das Produkt durch die aus der Brucheinrichtung in A erhaltene Größe.

Man übersieht aber vorher ob der Divisor in B oder C sich ganz aufheben, oder durch ein gemeinschaftliches Maaß verkleinern läßt.

```
24 3/8 Ctr. — 113 Rthl. 18 Gr. — 1 Ctr.?
195 . . . 910  †  4 Rthl. ×8
          13
        3120  †  16 Gr.
          17

32 3/4 Wispl. — 500 Rthl. 8 Gr. 4 Pf. — 1 Wisp.?
131 . .   2001  †   9   4 ×4
 .         696  |  15 Rthl.
 .           3
 . . . .   873  †  6 Gr.
 .          87
 . . . . . 1048 †  8 Pf.

18 5/6 Groß — 258 Rthl. 23 Gr. — 1 Groß?
113 . . . 1553  †    18 ×6
 .         424  |  13 Rthl.
 .           8
 . . . .  2034  †  18 Gr.
            90
```

15 Ct. $88\frac{2}{3}$ ℔ — 4890 Rthl. — 1 ℔?

$1738\frac{2}{3}$ ℔ . . . 14670 × 3

5216 . . 238 † 2 Rthl.

. . . . . 101712 † 2 Rthl.

. 49558

. 260

. . . . . . 31296 † 6 pf.

$29\frac{12}{72}$ Rthl. — 1 Decher — 629 Rthl. 4 gr. 2 pf.?

232 × 8 × 9 5033 : 9 : 4 pf. × 8 × 9

2107 . . . . 45300 † 12 —

. 3163 † 21 Decher

. 105

. . . . 10535 † 5 Stück.

$39\frac{3}{4}$ Wispl. — 462 Rthl. 2 gr. 3 pf. — 36 Wispl.?

159 1848 : 9 : — × 4 3) 12

3) 53 . . 22180 † 12 —

. 956 † 418 Rthl.

. 42

. 636 12 gr.

10

Der Mittelsatz ist mit dem Nenner aus A vermehrt, und der vordere und hintere Satz durch 3 verkleinert.

```
    18 2/7 ℔ — 96 Rthlr. 5 gr. 4 ₰ — 4 Ctr. 73 ℔ ?
    128       8: 12 : — : 8 ₰         513
8:  16                 8. 36          3591 (7
                                      43092
                                         99    18
    . . . . . . . . . . . . . .       43191  | 18
                                      11587  | 2699 Rthlr.
                                       1
    . . . . . . . . . . . . .          186   | 11 gr.
                                       20
                                        1
                             . .       120   | 7½ ₰
                                        8
```

Im Praktischen wurde mit der 16 als einer einfachen Zahl dividirt oder mit der Zerfällung in 4 × 4.

Oder

```
    18 2/7 ℔ — 96 Rthlr. 5 gr. 4 ₰ — 4 Ctr. 73 ℔ ?
    128       8: 12 : — 8               513
8:  16        4:  3 : — 2               3591 ×7
4:   4                2. 6          4:  897   18
                                        2693 : 6
                                        —— : 149 : 7½ ₰
                                  Facit 2699 Rthlr. 11 gr. 7½ ₰
```

Mit dem Nenner aus A ist C vermehrt, A und B durch 8 und 4, und A und C durch 4 verkleinert, wodurch der erste Satz ganz aufgehoben ist. Im Mittelsatz kamen demnach 3 Rthlr. — gr. 2 ₰, womit die in C gekommene 897 Rthlr. 18 gr. vermehrt wurden, die 2 ₰ sind als der 6te Theil aus 1 gr. genommen, und durch dieses $\frac{1}{6}$ entstanden 149 gr. 7½ ₰ zum Facit, die zu dem Ertrag von 2693 Rthlr. 6 gr. addirt sind.

```
14 2/11 Ct. — 169 Rt. 6 gr. 6 ₰ — 717 Ct.?
156              6.  4     7887          ×11
.                6.  12    47322
.                           70983
.                            1971 : 18
.                             164 :  7 : 6
. . . . . . . . . .      1338039 | 1 : 6
.                          87247 | 8557 Rt.
.                             91
.                              1
. . . . . . . . . . .       3529 | 22 gr.
.                            407
.                              9
. . . . . . . . . . . .     1170 | 7½ ₰
                              78
```

Sind in A Ganze und daraus fließende kleinere Sorten und dabey ein Bruch vorhanden, so wird nach dem 2ten und 3ten Hauptpunkt der Regel de Tri in ganzen Zahlen (Seite 118 u. 128.) dieser erste Satz zu seinen kleinsten Theilen resolvirt und nach Beschaffenheit der Umstände der 3te Satz eben so behandelt. Uebrigens wird mit dem Bruch nach den gegebenen Grundsätzen verfahren.

Als:

```
   18 Ct. 33¾ ℔ — 104 Rt. 8 gr. 6 ₰ — 1 Ct.?
   2013¾ ℔         417 Rt. 10 gr. :   ×4 110
   8055        . . 9183 | 4 gr.       5: 22
5: 1611 . .        1 28 | 5 Rt.
        . . . .   27076 | 16 gr.
        .         10960
        .           130
        . . . :   15600 | 9 367/737 ₰
                   1101
```

```
     9 S℔ 8 L℔ 3½ ℔ — 93 Rthl. 4 gl. 6 pf. — 13 S℔ L℔ 12 ℔?
       188 L℔          186 : 9 : — ×2     260 L℔
       2635½ ℔     7:  26 : 15            3652 ℔
       5271        3:   8 : 21            32868
  7:   753              9 ÷ 3 . .  . ÷ 456 : 12
  3:   251  . . . . . . . . .  324xx  ┼  12
                             . 7392   │  129 Rthl.
                             .  223
                           . . 780 ┼ 3 gl.
                             .  27
                           . . 324 ┼ 1 73/251 pf.
                                73
```

Zweeter Unterschied.

Wenn in B gebrochene Zahlen vorkommen, und zwar

1. wenn in der Mitte blos reine Brüche sind, so zerfälle man den Zähler auf des Bruchs Nenner, und nehme die Theile davon aus C. Oder man berechne dergleichen Aufgaben durch minus. In der Multiplication in den Brüchen ist die Verfahrungart von beyden (Seite 177.) umständlich ausgeführt. Ist A eine angewachsene Größe, so verstehet es sich von selbst, daß dadurch das Produkt getheilt wird. Z. B.

```
   1 Schfl. — 5/6 Rthl. — 3 Wispl. 6 Schfl.?
          1 ÷ 1/6        78 Schfl.
                       ÷ 13 —
              Facit      55 Rthl.

   1 Stück — 3/8 ß — 343 Stück?
          2.   4       85 3/4 ß
          1.   2       42 7/8 ß
                      128 5/8 ß
                 16:
             Facit     8 mℓ — 5/8 ß
```

8 gr 2 pf — $\frac{7}{8}$ ℔ — 21 Rthl 18 gr 8 pf?

98. 1 ℔ ÷ $\frac{1}{8}$ 532 gr 8 pf

6272 pf

÷ 784

8488 | 56 ℔

8

4 Rthl 8 gr — $\frac{1}{3}$ Wispl — 126 Rthl 14 gr 9 pf?

104. 3038 gr 9 sind

3038$\frac{3}{4}$ Wispl

3: 10112 | $\frac{11}{12}$

76 | 9 Wispl

1846 | 17$\frac{78}{104}$|$\frac{3}{4}$ Schfl.

08

7

Die 9 pf oder $\frac{3}{4}$ gr sind, um dem mittlern Satz gleichnamig zu werden, als $\frac{3}{4}$ Wispl. oder 18 Schfl. anzunehmen.

Auch kann man oft, ohne weitläufig zu seyn, den hintern Satz durch den Zähler von B multipliciren, und durch den Nenner das Produkt theilen. Z. B.

1 Elle — $\frac{3}{4}$ Rthl — 78 Ellen?

234 × 3

4: 58 Rthl 12 gr

Oder hebt sich der Nenner in C auf, so dividire man solchen damit, und multiplicire den Quotienten mit dem Zähler. Als:

1 Elle — $\frac{5}{6}$ Rthl — 78 Ellen?

6: 13 × 5

Facit 65 Rthl

P Oder,

Oder, wenn A eine angewachsene Größe ist, so multiplicire man ihn mit dem Nenner, C mit dem Zähler; das Produkt wird durch das in A getheilt. Als:

4 ℔ 12 Lo — $\frac{3}{4}$ Rk — 57 ℔ 24 Lo?
17 $\frac{1}{2}$ ⨯ 4   173 $\frac{1}{4}$ ⨯ 3
35 . . . . 346 ┼ $\frac{1}{2}$
.   31 ┆ 9 Rk
. . . . 756 ┼ 21 gr
    21 ┆
. . . . 252 ┼ 7 $\frac{7}{35}$ $\frac{1}{5}$ S
    7 ┆

Im Praktischen wird der Divisor in 5 ⨯ 7 zerfället. 2. Wenn in der Mitte unreine Brüche sind, wird C mit dem Ganzen aus B vermehrt, der Zähler in B auf seinem Nenner zerfällt und die Theile aus dem einfachen Satz von C genommen, zusammen addirt und durch A dividirt.

Als: 1 C — 7$\frac{3}{4}$ Rk — 96 C?
2. 2   672
1. 2   48
    24
Facit 744 Rk

Oder

1 C — 7$\frac{3}{4}$ Rk — 96 C?
8 ÷ $\frac{1}{4}$ 768
÷ 24
Facit 744 Rk

Oder

1 C — 7$\frac{3}{4}$ Rk — 96 C?
62 — ⨯ 8   8
Facit 744 Rk ⨯ 12   12

234

234 ℔ — 85¾ Rthl. — 1 ℔?
. . . 2058 | 8 gr.
186
. . . 2232 | 9 7/13 pf.
126

9: 72 ℔ / 8 — 77¼ Rthl. — 693 ℔? 9: 77
540¾ × 7
5948¼ × 11
8: 743 Rthl. 12 gr. 9 pf.

6 C — 18¾ Rthl. — 57 C?
3⅛   171
7 : 3
178 Rthl. 3 gr.

11 Rthl. 6 gr. — 33¾ ℔ — 26 Rthl. 16 gr.?
270   11¼   640
3: 9   704
.   16
. . . . 720
Facit 80 ℔

Sind in B neben dem Ganzen benannte kleinere Sorten, so bleibt die Verfahrungart nach den übrigen bekannten Grundsätzen der Regel de Tri, und des Bruchs Zähler wird auf seinem Nenner zerfället und die Theile aus dem Betrag des letzten Ganzen, worauf der Bruch sich bezieht, genommen. Als:

124 ℔ — 34 Rthl 17 gr $6\frac{2}{3}$ ₰ — 1 ℔?

. . . 833 † 6 gr

. 89

. . . 1074$\frac{2}{3}$ † $8\frac{2}{3}$ ₰

82 | 124

248

372 | $\frac{2}{3}$

16 Sl℔ — 1369 Rthl 15 gr $1\frac{1}{3}$ ₰ — 1 L℔?

320 8 † 4 Rthl

. . . 2181 † 6 gr

. 23

. . . 2773 † $\frac{1}{3}$ $8\frac{2}{3}$ ₰

21

$\frac{640}{960}$

24 mk 13 Lº. Silber 239 Rthl $20\frac{1}{2}$ gr — 1 Lº?

397 . . . . 5856 † 14 gr

. 1188

. 9

. . . . . . 2382 † 6 ₰

1 L — 8 Rthl 5 gr $5\frac{1}{3}$ ₰ — 74 L?

592

5 gr aus 25 : der 5te. 15 : 10 gr

5 ₰ aus 5 gr der 12te. 1 : 6 : 10

$\frac{1}{3}$ aus 5 ₰ der 15te. — : 2 : — $\frac{2}{3}$

Facit 608 Rthl 18 gr $10\frac{2}{3}$

1 ℔

$$1\ ℔ — 7\ Mℓ\ 8\tfrac{5}{6}\ ß — 411\ ℔?$$

8 . 2	2877
3 . 16	205 : 8
1 . 3	12 : 13½
1 . 1	4 : 4½
	4 : 4½
Facit	3103 Mℓ 14½ ß

$$1\ ₵ — 21\ Rthlr.\ 15\tfrac{3}{4}\ gr. — 323\ ₵?$$

12 . 2	646
3 . 4	161 : 12 : —
2 . 6	40 : 9 : —
1 . 2	6 : 17 : 6
	3 : 8 : 9
Facit	6994 Rthlr. 23 gr. 3 ₰

Hat der Bruch in B einen zu ungeschickten Nenner, daß die Zerfällung zu vielen Schwierigkeiten unterworfen ist: so richte man den Bruch ein; und sind mehrerley Sorten dabey, so multiplicire man mit diesem Nenner den ganzen Mittelsatz; welcher dann noch wie gewöhnlich mit C vermehrt wird.

Hiernächst vermehre man A ebenfalls mit diesem Nenner, und theile durch dieses Produkt das aus B und C entstandene Hauptprodukt. Als:

48 Ctr. 13 ℔ — 127 Rthl. 13 gr. $8\frac{13}{17}$ pf. — 17 Ctr. 48 ℔
5293 ℔ × 17 | 889 | 91 : 69 | 1918 ℔
89981 | 2168 | 17 : 5
17344 | 12 — 2
19512 | 4 — 3
2168 | 1 gr. 4 pf. : 3
959 — 1 pf. : 16
319 : 16
106 : 13 : 4
6 : 15 : 10

41 9615 † 21 : 2 pf.
560379 | 46 Rthl.
2 48

491757 † 5 gr.
4 8 2

542 26 † $5\frac{52321}{89981}$ pf.
5 3 1

Zuweilen kann man sogar den Mittelsatz durch seinen Nenner mit Vortheil vermehren, und C dadurch theilen, wenn nemlich C dadurch ein bequemer Multiplicator wird, als:

78 ℔ — 76 Rthl. $13\frac{3}{4}$ gr. — 76 ℔?
306 : 7 gr. | 4 : 19
17 : — $4\frac{2}{3}$ | 18 : $1\frac{1}{18}$
323 Rthl. 7 gr. $4\frac{2}{3}$ pf.

Dritter Unterschied.

Wo in C Brüche vorkommen.

Es wird die im vorigen Unterschiede gegebene Anweisung ganz auf den dritten Satz angewendet, wie nachfolgende Beispiele zeigen.

1. Bei reinen Brüchen.

1 Elle — 18 xr — $\frac{2}{3}$ Elle?
3: 6
12 × 2

Oder

1 Elle — 18 xr — $\frac{2}{3}$ Elle?
6 — 1 . 3
6 — 1 . 1
12 xr

Oder

1 Elle — 18 xr — $\frac{2}{3}$ Elle?
÷ 6 — 1 ÷ $\frac{1}{3}$
12 xr

1 ℔ — 2 Rthl. 20 xr — $\frac{3}{8}$ ℔?
1 ; 10 — 4 . 2
— 8 6 — 1 . 4
1 Rthl. 18 xr 6 ₰

Oder

1 ℔ — 2 Rthl. 20 xr — $\frac{3}{8}$ ℔
14 ; 4 × 5
8: 1 Rthl. 18 xr 6 ₰

14 ℔ — 136 Rthl. — $\frac{1}{3}$ ℔?
42 × 3 6: 22 ; 16 xr
6 7: 3 Rthl. 5 xr $8\frac{4}{7}$ ₰
7

2. Bei unreinen Brüchen.

6 ℔ — 18 Rℓ — $16\frac{2}{3}$ ℔?
3 Rℓ 50 — ✕ 3

64 ℔ — 24 Rℓ — $99\frac{1}{2}$ ℔?
8 . . . . 3 . . . . . $298\frac{1}{2}$ ✕ 3
37 Rℓ 7 ß 6 ß

3: 36 Wispl. — 12: 418 Rℓ 12 ß — $39\frac{3}{4}$ Wispl.?
12 — 34 : 21 — $13\frac{1}{4}$
453 : 9 ✕ 13
8 : 17 : 3
Facit 462 Rℓ 2 ß 3 ₰

Oder 36 Wispl. — 418 Rℓ 12 ß — $39\frac{3}{4}$ Wispl.?
6 — 69 : 18 : — 457 . 6 ✕ 11
6 — 11 : 15 : — 19 . 21
12 . 2 — 4 . 23 3
3 . 4 — 462 Rℓ 2 ß 3 ₰

17 Schfl — 19 Rℓ 14 ß 8 ₰ — $33\frac{3}{8}$ Schfl?
. 58 : 20 : — ✕ 3 — 2 . 4
. 647 : 4 : — ✕ 11 — 1 . 2
. 4 : 21 : 8
. 2 : 10 : 10
. . 654 † 12 6
. 148 38 Rℓ
. . . 204 † 12 ß $\frac{6}{17}$ ₰
13

45 Ellen — 16 Rthl 2 gr 8 pf — $9\frac{7}{8}$ Ellen?
5 | 161 : 2 : 8 | $10 \div \frac{1}{8}$
9 | ÷ 2 : — : 4
159 : 2 : 4 pf
5: 31 : 19 : 8
9: 3 Rthl 12 gr $10\frac{2}{5}$ pf

56 ℔ — 21 Rthl 18 gr 8 pf — $24\frac{7}{8}$ ℔?
8: 7 | 2 : 17 : 4 : | $25 \div \frac{1}{8}$
. 68 : 1 : 4 :
. ÷ — : 8 : 2 :
. . . 67 : 17 : 2 :
Facit 9 Rthl 16 gr 2 pf

112 ℔ — 7 Rthl 18 gr 8 pf — $97\frac{1}{2}$ ℔?
16: 7 | 16: 11 gr 8 pf | 48 : 18
12 gr $\div \frac{1}{3}$ | ÷ 1 : 8 6
47 : 9 6 pf
7: 6 Rthl 18 gr 6 pf

75 ℔ — 45 Rthl 16 gr — $12\frac{3}{4}$ ℔?
3: 25 | 182 : 16 : ×4 | $4\frac{1}{4}$
11 : 10 :
194 : 2 :
Rthl 7|76 8 : ×4
gr 18|32
pf 3|84
100 ist $\frac{21}{25}$ pf

Wenn der hintere Bruch mit Vortheil eingerichtet werden kann, daß der Nenner keine unschikliche Theilung in B macht, so gehört auch diese Methode unter die kurzen. Z. B.

28 Ctr. — 44 Rthl. 16 gr. — $33\frac{11}{16}$ Ctr.?

7: 4 16: 2 : 19 : 539

. 19 : 13 ×7 7: 77

. . . 214 : 23 ×11 7

53 Rthl. 17 gr. 9 pf. 11

Vierter Unterschied.

Wenn in B und C Brüche stehen.

Was im zweeten und dritten Unterschiede gelehret ist, findet hier seine Anwendung. Man nimt denjenigen Satz in B oder C zum Multiplicator an, der dazu am bequemsten ist, bedient sich der Zerfällung, oder mit minus, oder der Bruch-Einrichtung des einen Satzes, dessen Nenner A vermehrt, und dieser vergrößerte Divisor dient alsdenn, um das Hauptprodukt zu theilen. Z. B.

1 ℔ — $4\frac{3}{8}$ Rthl. — $\frac{3}{4}$ ℔?

$\div$ 1 $\frac{3}{32}$: 1 $\div$ $\frac{1}{4}$

Facit $3\frac{9}{32}$ Rthl. oder 6 gr. 9 pf.

Oder man resolvire den Bruch in B zu dem Inhalt kleiner Theile aus dem Ganzen.

1 ℔ — $4\frac{3}{8}$ Rthl. — $\frac{3}{4}$ ℔?

4 : 9 1 $\div$ $\frac{1}{4}$

$\div$ 1 : 2 : 3

Facit 3 Rthl. 6 gr. 9 pf.

1 ℔ — $\frac{3}{4}$ Rthl. — $96\frac{3}{4}$ ℔?

2 . 4 24 : 4 : 6 :

1 . 2 12 : 2 : 3 :

Facit 36 Rthl. 6 gr. 9 pf.

```
36 Ctr — 395½ Rthl — 17½ Ctr?
 6       6723 . 12  ×17
 6        197 . 18
         6921 .  6 gr
     6:  1153 . 13
     6:   192 Rthl 6 gr 2 Pf
```

Oder

```
36 Ctr — 395½ Rthl — 17½ Ctr
 6    6:  65 . 22
 6    6:  10 . 23 : 8 :
          70 . 161 : 56 : ×17
           5 . 11 : 10 :
Facit    192 Rthl 6 gr 2 Pf
```

Oder

```
36 Ctr — 395½ Rthl — 17½ Ctr?
72         1977 : 12 ×5     35
          13842 : 12 ×7      5
      8:   1730 : 7 : 6      7
      9:    192 Rthl 6 gr 2 Pf
```

Oder

```
36 Ctr — 391½ Rthl — 17½ Ctr?
72         791  ×17
 8         5537
 9          395 : 12
          13842 : 12
      8:   1730 : 7 : 6
      9:    192 Rthl 6 gr 2 Pf
```

Diese letzte Aufgabe ist nach viererley Methoden berechnet. In der ersten ist der Mittelsatz durch die Ganzen in

C.

C vermehrt, dessen Bruchs Zähler auf den Nenner zerfället, die Theile aus B gezogen, dazu addirt, und das Produkt durch A getheilt.

In der zwoten

ist der Mittelsatz zuerst durch A dividirt, und der Quotient auf obige Art mit C vermehrt.

In der dritten

ist C eingerichtet, durch die Summe B multiplicirt, und das Produkt durch A, welches mit dem Nenner aus C vermehrt war, getheilt.

In der vierten

ist B eingerichtet, die Summa durch C multiplicirt, und das Produkt durch A, welches mit dem Nenner aus C vermehrt war, getheilt.

Exempel zur Uebung.

```
1 Lth — 13 3/4 mg — 8 8/11 Lth?
11      110 -- ×8        96
    11: 10                8
Facit 120 mg             12
```

Oder

```
1 Lth — 13 3/4 mg — 8 8/11 Lth?
    11: 1 1/4          96
                       24
                Facit 120 mg
```

```
1 Stück — 4 2/3 Rthl — 28 3/8 Stück?
          5 ÷ 1/3       141 7/8
                        ÷ 9 11/24
                Facit 132 5/12 Rthl
```

Oder

Oder

1 Stück — $4\frac{2}{3}$ Rß — $28\frac{3}{8}$ Stück? ×4

$\frac{2}{3}$ ist aus 4 der 6te Theil

113 : 12
18 : 22

132 Rß 10 ß

1 Last — $78\frac{3}{4}$ Rß — $91\frac{1}{9}$ Last?

9: $8\frac{3}{4}$ 820
2 . 2 6560
1 . 2 410
205

Facit 7175 Rß

1 C — $32\frac{5}{9}$ Rß — $45\frac{7}{12}$ C

9 293 5 6 . 2
1465 ×5 9 1 . 6
13185 ×9
146 : 12
24 : 10
13355 : 22
1483 Rß 23 ß $9\frac{1}{3}$ ₰

6 ℔ — $2\frac{3}{4}$ Rß — $10\frac{2}{3}$ ℔?

24 11 117 : 8

4 Rß 21 ß 4 ₰

144 Ellen — $123\frac{3}{7}$ Rß — $79\frac{8}{9}$ Ellen?

8: 18 8: $15\frac{3}{7}$ $479\frac{1}{3}$

18: 1 $\frac{6}{7}$ 7: $68\frac{10}{21}$ Rß

$$\frac{19\ \text{℔}}{1}\ (19:) \quad — \quad \frac{370\frac{1}{2}\ \text{Rthl}}{19\frac{1}{2}}\ (19:) \quad — \quad 715\tfrac{1}{5}\ \text{℔}?$$

6435 1 : 5
357 ½
3 9/10

Facit 13946 ⅔ Rthl

Das Baumöhl wird in Hamburg nach Piepen zu 820 ℔ Nto. verkauft; wenn nun der Preiß jeder Piepe 33⅝ Rthl Banco wäre, was betragen 3 Both, davon No. 1. 1923½ ℔ No. 2. 1734 ℔ No. 3. 2281¾ ℔ wiegen?

No. 1. 1923½ ℔
No. 2. 1734 : —
No. 3. 2281¾

820 ℔ — 83⅜ Rthl No. — 5939¼ ℔

4. 2 | 17817 1. 4
1. 4 | 47512
2969 : 24 ß
742 : 18 :
20 : 43 ½

496669 | 37 ½ ß
45 | 605 Rthl
3414 × 6
× 8
27349 | 33 ß
278
2
3474 | 4 97/410 ₰
19

Fünf-

Fünfter Unterschied.

Wenn in A und C Brüche stehen.

Nach der Generalregel wird der vordere Bruch eingerichtet, und mit deßen Nenner einer der Sätze in B oder C vermehrt; das übrige Verfahren ist bekannt.

Die Specialregeln, die im vorigen Unterschiede gezeigt sind, finden auch hier statt.

$\frac{1}{2}$ Ctr. — 8 Rthl. 8 gr. — $18\frac{1}{3}$ Ctr.?
1 — 8 . 3 — $36\frac{2}{3}$ ×2
293 : 8 : ×8
12 : 5 : 4 :
Facit 305 Rthl. 13 gr. 4 pf.

$\frac{1}{8}$ ℔ — 5 pf. — $370\frac{1}{8}$ ℔?
3 gr. 4 pf. ×8 — 46 : 6 : $4\frac{1}{2}$ pf.
3 . 8 — 5 : 3 : $4\frac{1}{2}$:
4 . 9 — Facit 51 Rthl. 9 gr. 9 pf.

$\frac{1}{4}$ Wispl. — 5 Rthl. 3 gr. 8 pf. — 5 Wispl $4\frac{1}{2}$ Schfl.
1 — 20 : 14 : 8 ×4 — 4 . 6
103 : 1 : 4 : ×5 — $\frac{1}{2}$. 8
3 : 10 : $5\frac{1}{3}$
— : 10 : $3\frac{2}{3}$
Facit 106 Rthl. 22 gr. 1 pf.

$\frac{1}{3}$ Rthl. — 2 ℔ 5 Lo. — $57\frac{3}{8}$ Rthl.?
4 . 8 — $172\frac{7}{8}$ ×3
1 . 4 — $345\frac{3}{4}$ ℔ ×2
$21\frac{1}{2}$: $3\frac{1}{2}$ Lo.
$5\frac{3}{8}$: $\frac{7}{8}$:
Facit $372\frac{3}{4}$ ℔ $\frac{3}{8}$ Lo.

$\frac{1}{4}$ 𝔏 — 4 Rt 4 gr 10 pf — 33 $\frac{23}{55}$ 𝔏?

16 : 19 : 4 : ×4 3 11 . 5
50 : 10 : — : ×3 11 . 1
554 : 14 : — : ×11 1 . 11
3 : 8 : 8 :
3 : 8 : 8 :
— : 7 : 4 :
Facit 561 Rt 14 gr 8 pf

18$\frac{1}{4}$ Rt — 1 Dtzd. — 231 Rt 22$\frac{1}{4}$ gr?

83 . . . . 927 | $\frac{17}{24}$ ist 8$\frac{1}{2}$ Stück
191 | 12 Dutzend.
5
620 | 8$\frac{1}{2}$ Stück
36$\frac{1}{2}$

31$\frac{1}{2}$ 𝔏 — 427 Rt 18 gr — $\frac{3}{4}$ 𝔏? ×2

63 213 : 21 : 1$\frac{1}{2}$
7 641 : 15 :
9 7: 91 : 15 : 10$\frac{2}{7}$
9: Fac. 10 Rt 4 gr 5$\frac{1}{7}$ pf

20$\frac{5}{6}$ Rt 312 ℔ 16 Lo. — $\frac{1}{2}$ Rt?

125 . 625 : 2 ×6
Facit 5 ℔.

25 $\frac{15}{16}$ ℔ — 13 Rt 18 gr — $\frac{3}{4}$ ℔?

415 165 12 ×16
. . . 3960 ×24
. 225 | 9 gr
×12
. . . 2700 | 6 $\frac{42}{83}$ pf
21

$6\frac{3}{4}$ Wispl — 102 Rthl. 2 gr. 3 pf. — $\frac{1}{4}$ Wispl?
27 3: 34: — : 9: 1
3 9: 3 Rthl. 18 gr. 9 pf.
9

$4\frac{3}{10}$ Stb — 78 Rthl. 5 gr. 4 pf. — $\frac{1}{2}$ Stb?
43 . . 391 | 2: 8: 5
4 | 9 Rthl.
98 | 2 gr.
12
152 | $3\frac{23}{43}$ pf.
23

$14\frac{5}{6}$ lb — 11 Rthl. 3 gr. — $58\frac{1}{6}$ lb?
89 3.8. 349
3839 × 11
43.15
3882 | 15:
325 | 43 Rthl.
5
1335 | 15 gr.
44

128 Rthl. $17\frac{1}{3}$ gr. — 75 C 15 lb — 112 Rthl. $15\frac{1}{6}$ gr.?
$3089\frac{1}{3}$ gr. 525 C 105 lb $2703\frac{1}{6}$ gr.
9268 8: $8109\frac{1}{2}$
18536 Facit 65 C $81\frac{7}{8}$ lb 16219
2317: 8 2317: 7

$339\frac{1}{2}$ Last — 1563 Rℓ 18 ℋ 7 ₰ — $371\frac{5}{6}$ Last?

679 4689 12 . 2 $743\frac{2}{3}$

. 6252 6 . 2 1 . 3

. 10941 6 . 12 1 . 1

. 521 : 6 1 . 6

. 521 : 6

. 371 : 12

. 185 : 18

. 15 : 11 : 6

. 2 : 13 : 11

. . 1162926 | 19 ℋ $9\frac{2}{3}$ ₰

. 483638 | 1712 Rℓ

. 887

. 14

. . . 11491 | 16 ℋ

. 4707

. 62

. . . . . 7833 | $11\frac{2}{21}$ ₰

744

6

Hier ist zuvörderst mit den zerfällten Theilen aus C in den Mittelsatz dividirt.

$5776\frac{1}{2}$ Rubl. 329 Pud. 19 ℔ — $10012\frac{3}{5}$ Rubel?

577650 ×100 Cop. 1974 Pud. 114 ℔ 1001260 ×100

3851 : 15 659 : — : 38 3851 : 26

3 8566 Pud. 14 ℔

5 3 : 2855 : 18 :

5 : 571 Pud. $3\frac{3}{5}$ ℔

Facit

1 Rubel hat 100 ℔ Copeken, und 1 Pud. hat 40 ℔.

Die

Die Rubel sind in dieser Aufgabe deswegen zu Copeken gemacht, weil dadurch die Brüche vermieden sind und die Aufgabe sich dadurch am leichtesten und kürzesten berechnen ließ.

Sechster Unterschied.

Wenn in A und B Brüche stehen.

Das Verfahren ist mit dem im 5ten Unterschied ganz gleich.

$\frac{1}{3}$ ℔ — $\frac{5}{9}$ Rthl. — 62 ℔?

$1\frac{2}{3}$ | 124

$2 \div \frac{1}{3}$ | $\div$ 20. 16

Facit 103 Rthl. 8 gr.

$\frac{1}{8}$ ℔ — $10\frac{4}{5}$ pf. — 5 Ctr. 12 ℔?

7 gr. $2\frac{2}{5}$ pf. | 562 ℔

6. 4 | 140 : 12

1. 6 | 23 : 10 :

$2\frac{2}{5}$ 5 | 4 : 16 : $4\frac{4}{5}$ pf.

Facit 168 Rthl. 14 gr. $4\frac{4}{5}$ pf.

$\frac{1}{2}$ Ctr. — $7\frac{5}{6}$ Rthl. — 6 Ctr. 16 ℔?

1 | 15 : 16 : | 10. 11

94 — : | 5. 2

1 10 : $2\frac{2}{11}$: | 1. 5

— 17 : $1\frac{1}{11}$:

— 3 : $5\frac{1}{55}$:

Facit 96 Rthl. 6 gr. $8\frac{16}{55}$ pf.

Oder

$\frac{1}{2}$ Cent. — $7\frac{5}{6}$ Rthl. — 6 Cent. 16 lb?

1 94 — 12 Cent. 32 lb

1 13 : $7\frac{1}{5}$ 22 . 5

— 17 : $1\frac{1}{11}$ 10 . 11 *

Facit 96 Rthl. 6 gr. $8\frac{16}{55}$ pf.

$\frac{1}{8}$ lb — 4 gr. $7\frac{3}{16}$ pf. — 9 Cent. 18 lb?

1 Rthl. 12 gr. 9 $\frac{1}{2}$ pf. 1008

12 . 2 504

9 . 16 31 : 12

$\frac{1}{2}$. 18 1 : 18

Facit 1545 Rthl. 6 gr.

$\frac{1}{5}$ Last — 24 Rthl. 21 gr. $2\frac{2}{5}$ pf. — 14 Last 8 Tonn.?

124 Rthl. 10 gr. — : 6 . 2

1741 : 20 : — : × 14 2 . 3.

62 : 5 : — :

20 17 8 :

Facit 1824 Rthl. 18 gr. 8 pf.

$4\frac{4}{5}$ lb — 48 Rthl. 16 gr. $3\frac{3}{5}$ pf. — 1 lb?

24 . . 243 : 9 : 6 :

Facit 10 Rthl. 3 gr. $4\frac{3}{4}$ pf.

$45\frac{7}{12}$ Cent. — 1483 Rthl. 23 gr. $9\frac{1}{3}$ pf. — 1 Cent.?

547 . . . 17807 † 21 : 4 × 12

. 1393 32 Rthl.

. 0

. . . 7293 †

. 1822 13 gr.

. 18

. . . 2188 † 4 pf.

15 Cent. $16\frac{1}{2}$ ℔ — 314 Rthl. 4 gr. $10\frac{12}{20}$ pf. — 1 Cent.?
ist $15\frac{3}{20}$ Cent. ×20
303 · 6284 · 2 : 3
2 · 20 Rthl.
. 5378
. 2247 · 17 gr.
. 2
. . . . . 2727 · 9 pf.

$467\frac{9}{16}$ Mk. — 224 Rthl. — : $11\frac{5}{8}$ pf. — 1 Mk.?
7481 · 3584 : 15 : 6
. . . . . 86031 · 11 gr.
. 11220
. 374
. . . . . 44886 · 6 pf.

$4\frac{2}{3}$ Cent. — $64\frac{1}{3}$ Rthl. — 18 Cent.?
14 · 193 · 9
7 · . 1737
Facit $248\frac{1}{7}$ Rthl.

$4\frac{1}{2}$ Ellen — $12\frac{3}{4}$ Rthl. — 15 Ellen?
9 · $25\frac{1}{2}$ · 5
3 · $127\frac{1}{2}$
Facit $42\frac{1}{2}$ Rthl.

$16\frac{3}{4}$ Ellen — 21 Rthl. 3 gr. $1\frac{1}{35}$ pf. — 35 Ellen?
67 · 105 : 15 gr. $5\frac{1}{7}$ pf. ×5 (5
. 739 : 12 : ×7 (7
. . . . . 2958 — : — ×4
. 270 · 44 Rthl.
. 1
. . . . . 240 · $3\frac{39}{67}$ gr.

$18\frac{3}{4}$ Ell — 356 Rthl. $4\frac{2}{3}$ Gr — 15 Ell?

75 — 1424 : $18\frac{2}{3}$ Gr × 4

15: 5 Facit 284 : $22\frac{14}{15}$ Gr

$14\frac{5}{8}$ lb — $18\frac{3}{4}$ Rthl. — 8 Ell?

117 — 150 × 8 — 880

. . . . 132000 × 150

. 15364 | 1128 Rthl.

. 392

. . . . 576 | 4 Gr

. 108

. . . . 1296 | $11\frac{9}{117}$ Pf

129

Siebenter Unterschied.

Wo in allen 3 Sätzen Brüche vorkommen.

Man richtet zuvörderst den Bruch in A ein und multiplicirt damit denjenigen Satz von B und C, welcher dazu am passendsten ist, wo alsdann das ganze Verfahren mit den im 4ten Unterschiede gemachten Bemerkungen gleich bleibt. Als:

$\frac{1}{16}$ lb — $\frac{1}{8}$ Rthl. — $\frac{7}{8}$ lb?

1 — 2 : × 16 Facit $1\frac{3}{4}$ Rthl.

Oder

$\frac{1}{16}$ lb — $\frac{1}{8}$ Rthl. — $\frac{7}{8}$ lb?

2 — 4

$\frac{7}{4}$ ist $1\frac{3}{4}$ Rthl.

$\frac{1}{6}$ lb — $\frac{1}{8}$ Rthl. — $15\frac{2}{3}$ lb?

8 — 1 — 84 × 6

8:

Fac. 11 Rthl. 18 Gr

$\frac{1}{3}$ Wispl — $4\frac{3}{4}$ Rthl — $15\frac{5}{6}$ Wispl?

1   2 . 2   47 : 12 × 3

1 . 2   190 : —

23 : 18

11 : 21

Facit 225 Rthl 15 gr

$\frac{1}{4}$ Ctr — $3\frac{21}{32}$ Rthl — $6\frac{2}{3}$ Ctr?

1   14 $\frac{5}{8}$ × 4   93 Rthl 8 gr × 14

4 . 2   3 : 8 :

1 . 4   — : 20 :

Facit 97 Rthl 12 gr

Oder

$\frac{1}{4}$ Ctr — $3\frac{21}{32}$ Rthl — $6\frac{2}{3}$ Ctr?

$14\frac{5}{8}$ × 4   7 ÷ $\frac{1}{3}$

$102\frac{3}{6}$

÷ $4\frac{7}{8}$

Facit $97\frac{1}{2}$ Rthl

$\frac{1}{4}$ Wispl — $5\frac{11}{72}$ Rthl — $5\frac{8}{16}$ Wispl?

16   $20\frac{11}{18}$ × 4   83

9 . 2   1660 × 20

2 . 9   41 : 12 :

9 : 5 : 4

1710 : 17 : 4

Facit 106 Rthl 22 gr 1 pf

$6\frac{2}{3}$ Ctr — $97\frac{1}{2}$ Rthl — $\frac{1}{4}$ Ctr?

20   292 : 12 × 3

4 :   73 : 3

Facit 3 Rthl 15 gr 9 pf

$16\frac{3}{16}$ ℔ — 353 Rthl. $10\frac{1}{4}$ gr. — $\frac{1}{8}$ ℔?
259 . . . 706 | 20 gr. 6 pf. | 2
. 188 | 2 Rthl.
. . . . 4532 |
. . . . 1949 | 17 gr.
. 12
. . . . 1554 | 6 pf.

$15\frac{1}{2}$ ℔ — 3 Rthl. $18\frac{5}{12}$ gr. — $\frac{1}{8}$ ℔?
31 . . 4 — 22 gr. $7\frac{1}{4}$ pf. $\frac{1}{4}$
Facit $8\frac{3}{4}$ pf.

5 Ballen $5\frac{1}{4}$ Rieß — 61 Rthl. $9\frac{1}{3}$ gr. — $\frac{1}{4}$ Rieß?
$55\frac{1}{4}$ . . 1473 | gr.
221 . . . 147 | 6 gr.
. . . . . 1768 | 8 pf.

$16\frac{7}{8}$ Ctr. — 325 Rthl. $14\frac{5}{6}$ gr. — $\frac{15}{16}$ Ctr.?
135 2279 : 7 : 10 pf. × 7 $7\frac{1}{2}$ × 8
. 162 : 19 : 5 :
. . . . 2442 | 3 : 3
. 109 | 18 Rthl.
. 1
. . . . . 291 | 2 gr.
. 2
. . . . . 255 | $1\frac{8}{9}$ pf.
120

$\frac{5}{6}$ Ellen — $\frac{3}{4}$ Rthl. — $\frac{7}{8}$ Ellen?

5 | 2 . 2 | 5 $\frac{1}{4}$ × 6
| 1 . 2 | 2 $\frac{5}{8}$
| | 1 $\frac{5}{16}$
| | 3 $\frac{15}{16}$

Facit $\frac{63}{80}$ Rthl.

4 $\frac{5}{8}$ Centner — 33 $\frac{11}{12}$ Rthl. — 791 $\frac{3}{4}$ Centner?

37 | 34 ÷ $\frac{1}{12}$ | 6334
. | 2) | 12668 × 2
. | 17) | 215356 × 17
. | | ÷ 527 : 20
. . . . 214828 † 4 gr.
. | | 292 6 | 5806 Rthl.
. . . . 148 † 4 gr.

39 $\frac{3}{8}$ Ellen — 74 $\frac{2}{3}$ Rthl. — 198 $\frac{3}{4}$ Ellen?

315 | 75 ÷ $\frac{1}{3}$ | 1590 × 8
. | 5) | 7950 × 5
. | 15) | 119250 × 15
. | | ÷ 530
. . . . 118720 †
| | 2427 | 376 Rthl.
| | 218
| | 2
| | 6720 †
| | 405 | 21 $\frac{1}{3}$ gr.
| | 1

1 Ct ÷ $3\frac{1}{2}$ ℔ — $26\frac{5}{8}$ Rℓ — $\frac{1}{2}$ Ct?
$106\frac{1}{2}$ ℔ 2928 ┼ 18 110 ℔ × 2
213 799 │ 13 Rℓ
. 15
. . . . 3834 † 18 ℋ
170

$77\frac{4}{5}$ ℔ — 32 mg $6\frac{2}{3}$ ß — $88\frac{7}{10}$ ℔?
389 4) 4 . 4 $443\frac{1}{2}$ ℔? × 5
. 8) 2 . 2 1774 × 4
. $\frac{2}{3}$ 3 14192 × 8
. 110 : 14 :
. 55 : 7 :
. 18 : 7 8
. . . . 14376 ┼ 12 : 8
2702 │ 36 mg
37
5964 ┼ 15 ß
2079 │
12
1556 † 4 ß

$10\frac{2}{3}$ Last — $222\frac{2}{9}$ Rℓ — $3\frac{3}{4}$ Last?
32 $666\frac{2}{3}$ × 3 4 ÷ $\frac{1}{4}$
4 $2666\frac{2}{3}$ × 4
8 ÷ $166\frac{2}{3}$
2500
4: 625
8:
Facit 78

$5\frac{7}{8}$ Ctr. — $192\frac{3}{4}$ Rthl. — $7\frac{5}{8}$ Ctr. $9\frac{3}{4}$ ℔?

47   1152. 2. 2.   61 Ctr. 78 ℔ × 8

96 . 9   1. 2.   55   55 . 2

19 . 6 $7\frac{1}{5}$ 11   11 . 5

19 . 6 $7\frac{1}{5}$ 11   11 . 1

1 . 18 $\frac{36}{55}$ 36   1 . 11

30 . 12 —

15 . 6 —

11894 † 10 gr. $3\frac{3}{55}$ pf. 58

2443 † 253 Rthl.

1

82 † 1 gr.

35

423 † $9\frac{3}{2585}$ pf.

$1\frac{3}{4}$ mal $3\frac{5}{6}$ Ellen — $1\frac{5}{8}$ mal $7\frac{7}{12}$ Rthl. — $2\frac{2}{3}$ mal $9\frac{5}{16}$ Ellen

2 . 2 $1\frac{11}{12}$ 4 . 2 $3\frac{19}{24}$ 3 ÷ $\frac{1}{3}$ $27\frac{15}{16}$

1 . 2 — $\frac{23}{24}$ 1 . 4 — $\frac{91}{96}$ ÷ $3\frac{5}{48}$

$6\frac{17}{24}$ Ellen $12\frac{31}{96}$ Rthl. × 24 $24\frac{5}{6}$ Ellen

161   × 25   25 ÷ $\frac{1}{6}$

$295\frac{3}{4}$ × 25

7393 Rthl. 18 gr.

÷ 49 : 7 :

7344 † 11 gr.

909 † 45 Rthl.

9

2387 † 14 gr.

773

13

1596 † $9\frac{21}{23}$ pf.

147

$\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{3}$ ℔ — $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{8}$ Rthl — $\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$ ℔?

$\frac{1}{6}$ ℔ | 3: $\frac{1}{32}$ Rthl | 2

1 | $\frac{3}{32}$ Rthl | $\frac{1}{2}$ ℔

3

$\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{8}$ ℔ — $3\frac{1}{4} \div \frac{3}{4}$ Rthl — $3\frac{1}{2}$mal $16\frac{1}{2}$ ℔?

$\frac{3}{4}$ | $2\frac{7}{8}$ Rthl | $49\frac{1}{2}$

$\frac{5}{8}$ | $3 \div \frac{1}{8}$ | $8\frac{1}{4}$

$1\frac{3}{8}$ | | $57\frac{3}{4}$

11 | | 462 — × 8

1386

$\div\ 57\frac{3}{4}$

. . . . 1528 : 6 gr

Facit 120 Rthl 18 gr

Von den Proben der Regel de Tri.

Ein jedes Exempel in der Regel de Tri leidet, nachdem es ausgerechnet worden, eine 3 fache Probe durch die Regel de Tri selbst. Denn es kann A B oder D als die gefundene Proportional-Zahl zur Frage-Zahl angenommen werden.

Das Exempel auf der 122te Seite mag dieses näher ins Licht setzen.

Soll in der Probe A die Frage-Zahl seyn, so muß B die Proportional-Zahl bringen, wenn die Aufgabe richtig ausgerechnet ist. Als:

$$54\ L — \frac{378\ Rthl}{6:\ 63\ Rthl} — 9\ L?$$

Wird B die Frage-Zahl der Probe; so muß A die Proportional-Zahl angeben. Als:

Für

Für 378 Rth — 54 L wie viel für 63 Rth?

9: 42 — 6 Facit 7: 9 Rth

6: 7 — 1

Wird D zur Frage-Zahl gesetzt; so muß C die Proportional-Zahl bestimmen. Als:

Für 63 Rth — 9 L wie viel für 378 Rth

7 Facit 7: 54 Rth

Eine zwote Probe der Regel de Tri Exempel gründet sich auf die Lehre von der geometrischen Proportion (Seite 69) wo der Quotient von A in B dividirt gleich seyn muß dem Quotienten von C in D getheilt.

9 L — 63 Rth — Rth 54 L = 378

9: 7 Rth 54: 7

Eben so ergiebt sich die Richtigkeit einer Aufgabe, wenn C durch A, und D durch B getheilt gleiche Quotienten haben.

A B C D

9 L — 63 Rth — 54 L = 378 L

6 6

Auch geben die gleichstimmenden Producte aus A mit D, und B mit C die Richtigkeit der Aufgabe an. Z. B.

A B C D

9 L — 63 Rth — 54 L = 378

3402

3402

Eine dritte Probe-Art geschiehet, daß man durch 11 die Probe-Zahl aus allen 4 Gliedern sucht, sie in der Ord-

nung

nung der Glieder nach der letzten Methode einrichtet, und aus den Producten von B und C und A und D die Probezahlen sucht, die gleichstimmend seyn müssen.

Im zweeten Theil wird diese Probe, da sie für geübte Rechner gehört, näher auseinander gesetzt werden.

Die verkehrte Regel de Tri.

Hat in vielen Recheubüchern noch die Nahmen Regula de Tri inversa oder Regula de Tri reciproca oder indirecta.

Es herrscht in ihr zwar durchgehends ein geometrisches Verhältniß, aber dieses Verhältniß, welches die Proportional-Zahl angeben muß, ist demjenigen gerade entgegen, was nach der gewöhnlichen Regel de Tri gefunden wird. In dieser war das Resultat einer jeden Aufgabe: Je mehr, desto mehr, und je weniger, desto weniger. Denn, soviel das erste Glied nach der geometrischen Proportion größer war als das andere, um eben so viel muste das dritte Glied größer seyn als die Proportional-Zahl: Oder, soviel das erste Glied im geometrischen Verhältniß kleiner war als das zweyte, um eben so geringer muste das dritte gegen das vierte seyn.

In der verkehrten Regel de Tri gibt das Facit eine entgegengesezte Proportion an, weil alle hieher gehörige Aufgaben auf den Grundsätzen beruhen: Je mehr, desto weniger, und je weniger, desto mehr, das heist:

Je mehr die Frage-Zahl (C) als das erste Glied (A) ist, desto weniger muß die Proportional (D) als das zweyte Glied (B) seyn.

Aus diesen Grundsätzen folgt, daß die Behandlungart der verkehrten Regel de Tri von der gewöhnlichen darin abweicht, daß

A und B mit einander vermehrt und durch C getheilt werden müßen, oder
daß man die Stellen von A und C mit einander verwechseln, folglich die Frage-Zahl in A und das erste Glied in C setzen müße, um das richtige Facit zu erhalten, wenn man nach der gewöhnlichen Regel de Tri diejenigen Aufgaben berechnen will, welche eine verkehrte Proportion haben.

Bey jeder Aufgabe prüfe man also wohl, ob darin ein gewöhnliches oder verkehrtes Verhältniß stecke, damit man nicht Gefahr laufe, ein der Natur der Aufgabe ganz widersprechendes Facit anzugeben.

Dieses erklärt sich durch folgende Beyspiele noch deutlicher.

Je mehr Arbeiter an einem Werke arbeiten, in desto weniger Zeit wird sie vollendet.

Je weniger Menschen von einem Vorrathe Getreide eßen, desto mehr Zeit können sie davon leben.

Je mehr ein Stück Zeug Ellenmaaße in der Breite hat, desto weniger Ellen werden in der Länge gebraucht.

Je größer ein Capital ist, desto weniger Zeit bedarf es, um eben so viel Zinsen zu bekommen, als ein schwächeres Capital in mehr Zeit getragen haben würde.

Je größer die Maaße und Gewichte sind, desto weniger Anzahl bedarf man, um eine Sache zu wägen.

Je größer der Werth der Münzen ist, desto weniger Stückzahl gebraucht man davon zu einer bestimmten Summe.

Je mehr Werth in der Feine eine Münze hat, desto weniger darf sie am Gewicht halten, oder destoweniger Zusatz schlechteren Metalles leidet sie.

Je

Je mehr das Getreide kostet, desto weniger darf das Brod wiegen.

Je geringer der Zinß-Fuß, desto größer muß das Capital seyn, um eine gewiße Anzahl Zinsen in einer vestgesezten Zeit zu haben.

Je größer der Werth einer Sache bey einem Tausch ist, desto weniger kann man davon verlangen.

Je weniger von einer Anzahl Waaren bleiben (wovon die übrigen verdorben oder durch Zufall verloren sind) desto mehr kostet jedes einzelne derselben nach dem Einkaufs-Preiß.

Aus diesen angeführten Beyspielen (die die gewöhnlichsten sind) sieht jeder leicht, worin eine verkehrte Proportion bestehe, und warum Exempel dieser Art ohne Anwendung der zwoten Regel, daß zuvor A mit C verwechselt werden müssen, nach der gewöhnlichen Regel de Tri nicht berechnet werden können.

Eine Aufgabe nach dem ersten Beyspiele wird dieses bestätigen.

Ein Gebäude kann durch 15 Mann in 8 Wochen aufgeführet werden. Wieviel Zeit wird erfordert wenn 24 Mann daran arbeiten?

Nach der gewöhnlichen Regel de Tri würden die Sätze gebildet.

15 Mann in 8 Wochen wie lange 24 Mann?

und nach Grundsätzen der Regel de Tri die Ausarbeitung

$$15 \;—\; 8 \;—\; 24?$$
$$\ldots\ldots\; \overline{192} \times 8$$
$$\overline{13\tfrac{3}{5}} \text{ Wochen.}$$

Es giebt aber die gesunde Vernunft, daß ohnmöglich 24 Mann längere Zeit gebrauchen solten, um ein gleiches Gebäu-

de

de aufzuführen, was 15 Mann in kürzerer Zeit vollenden können, und folglich muß die Proportional-Zahl eine der Frage entgegengesezte Größe angeben, und dieses bewirkt, wenn A und C verwechselt werden; als:

24 Mann — 8 W. — 15 Mann?

5 Wochen

Oder daß nach Bildung der Säze nach der gewöhnlichen Regel de Tri, A und B mit einander multiplicirt und durch C dividirt werden. Als:

15 Mann — 8 Wochen — 24 Mann

3: Facit 5 Wochen 3

Indeßen muß man freilich bei Aufgaben dieser Art voraussetzen, daß alle Arbeiter gleiche Stunden des Tages und mit gleichem Fleiße arbeiten müßen.

Exempel zur Uebung.

Mit einem Vestungbau können, nach gemachter Rechnung, 120 Mann in 10 Monathen fertig werden. Der Bau soll aber schon in 3 Monathen beendigt seyn. Wieviel Arbeiter werden erfordert?

3 Monath — 120 Mann — 10 Monath?

40 × 10

Facit 400 Mann

Je weniger Zeit, desto mehr Arbeiter.

24 Mann graben an einem Canal 12 Wochen: wieviel Zeit gebrauchen 18 Mann.

18 Mann 12 Wochen 24 Mann?

2 8

Facit 16 Wochen

Je weniger Arbeiter, desto mehr Zeit.

Eine Vestung ist auf 6 Monath mit Proviant für 4000 Mann versehen: die Besatzung besteht aber nur aus 3200 Mann. Wie lange können sie von diesem Proviant zehren.

3200 Mann 6 Monath 4000 Mann?

4 30 5

Facit $7\frac{1}{2}$ Monath

Je weniger Menschen, desto längere Zeit.

Eine Stadt ist auf 12 Monath für 1000 Soldaten verproviantirt. Es sollen aber so viel ausmarschiren, daß der bleibende Theil 20 Monath mit dem Proviant auskomme. Frage, wieviel bleiben und wieviel marschiren aus?

20 Monath 1000 Soldaten 12 Monath?

600 Mann bleiben 6

400 marschiren.

Je längere Zeit, desto weniger Mann.

A gebraucht zu einem Kleide 10 Ellen Zeug so $\frac{4\frac{1}{2}}{4}$ breit ist: wieviel gebraucht er von $\frac{6}{4}$ breitem Zeuge.

$\frac{6}{4}$ — 10 Ellen — $\frac{4\frac{1}{2}}{4}$

45

Facit $7\frac{1}{2}$ Rh

Je breiter, desto weniger Ellenmaaße.

Zu einem Kleide werden $6\frac{3}{4}$ Ellen $\frac{7\frac{1}{2}}{4}$ breit Tuch gefordert: wieviel $\frac{5}{4}$ breites Futter gehört dazu?

$$\frac{5}{4} — 6\tfrac{3}{4} — 7\tfrac{1}{2}\;\frac{}{4}$$

$$47\tfrac{1}{4}$$
$$3\tfrac{3}{8}$$
$$\overline{50\tfrac{5}{8}}$$

Facit $10\frac{1}{8}$ Ellen.

Je schmäler, desto mehr Ellenmaaße.

Aus 1 ℔ Garn können 9 Ellen $\frac{6}{4}$ breite Leinewand gemacht werden.: wieviel $\frac{8}{4}$ breite?

$$\frac{8}{4} — 9 \text{ Ellen } \frac{6}{4}$$

$$54$$
$$\overline{6\tfrac{3}{4}} \text{ Rh.}$$

Je breiter, desto kürzer.

Wenn 1 ℔ Garn $7\frac{1}{2}$ Elle $\frac{9}{4}$ breite Leinewand giebt, wie viel Ellen können daraus gemacht werden, wenn sie nur $\frac{6}{4}$ breit seyn soll?

$$\frac{6}{4} — 7\tfrac{1}{2} \text{ Elle } — \frac{9}{4}$$

$$\overline{67\tfrac{1}{2}} \quad \times 9$$
$$6: \overline{}$$

Facit $11\frac{1}{4}$ Elle

Je schmäler sie wird, desto länger muß sie werden.

Wenn aus einer Parthie Garn 60 Ellen $\frac{6}{4}$ breite Leinewand gemacht werden können, wie viel kann es $\frac{5}{4}$ breite werden?

$$\frac{5}{4} — 60 \text{ Ellen } — \frac{6}{4}$$

$$5: \overline{360}$$

Facit 72 Ellen

Es hatte jemand sein Haus für 20 Personen auf 1 Jahr verproviantirt; nach 4 Monath gingen aber 5 Tischgänger ab; es wird daher gefragt, wie lange er für die übrigen mit dem vorhandenen Proviant auskommen kann?

20 Personen 12 Monath
ab. 5 " 4 "
5: $\frac{15}{3}$ Personen $\frac{8}{32}$ Monath — $\frac{20}{4}$ Personen? (5:)
Facit $10\frac{2}{3}$ Monath

Je weniger Personen, desto länger reicht der Proviant.

Ein Goldschmidt hat 27 Mk 9 Lᵒ fein Silber, will so viel Kupfer zusetzen daß die Mk 13 Lᵒ fein halten soll; es wird daher gefragt, wie viel Kupfer dazu gehöre?

13 Lᵒ: $27\frac{9}{16}$ Mk — 16 Lᵒ?
441
$33\frac{12}{13}$ Mk die ganze Masse.
$27\frac{9}{16}$ " fein Silber ab.
Facit $6\frac{75}{208}$ Mk Kupfer.

Ein Kaufmann kauft 35 S℔ 14 L℔ 4 ℔ Waare a $73\frac{1}{2}$ Mk p. S℔. Er resolvirt aber, von einer andern Sorte zu nehmen, von welcher das S℔ 75 Mk kostet. Frage, wie viel er von der 2ten Sorte erhalten?

3: $\frac{75}{25}$ Mk — 35 S℔ 14 L℔ 4 ℔ — $73\frac{1}{2}$ Mk?
107 " 2 " 12 " $24\frac{1}{2}$
857 " 2 " 12 "
17 " 17 " 2 "
875 " — " — "
Facit 35|00 S℔ 4

Je

Je theurer die Waare, desto weniger erhält man.

Ein Tapezierer verfertigt 24 Stück Tapeten; davon jede $10\frac{5}{8}$ Ellen lang und $5\frac{1}{2}$ Elle breit ist; wie viel Ellen Leinewand wird er gebrauchen, wenn er von $5\frac{\frac{1}{2}}{4}$ breiter Leinewand noch eine Stube von nemlicher Größe, Länge und [H]öhe ausschlagen will?

24 Stück zu $10\frac{5}{8}$ Ellen

$5\frac{\frac{1}{2}}{4}$ — . 255 Ellen — $5\frac{1}{2}$ $\frac{22}{4}$

11 Facit 1020 Ellen $\frac{2}{4}$ × 2

Je schmäler die Leinewand, desto mehr gehört dazu.

Ein Kaufmann behandelt 91 Stb 2 Ltb 7 tb Waare a 49 Rthl. 16 ßl. Er ändert aber seinen Sinn und nimmt eine andere Sorte Waare, wovon ihm das Stb nur $23\frac{5}{8}$ Rthl. kostet; Frage, wie viel er von der zwoten Sorte erhalten?

$21\frac{5}{8}$ Rthl. — 91 Stb 2 Ltb 7 tb — 49 Rthl. 16 ßl.?

189   729 — : — : × 8   7   12 . 2

. 5103 (7   7   4 . 3

. 35721 (7

. 364 . 12

. 121 . 12

. . 36207 † — :

. 17398 † 191 Stb

. 20

. 1

. . . 2160 † 11 Ltb

. 271

. 8

. . . . 1134 † 6 tb.

Je wohlfeiler die Waare ist, desto mehr muß man bekommen.

Es wollte jemand 12 Stück Tapeten, davon jede $10\frac{1}{2}$ Elle lang und $13\frac{\frac{1}{2}}{4}$ breit seyn muß, auf Leinewand mahlen lassen; er ließ daher von einem Stück das $\frac{9}{4}$ breit war, so viel Ellen als er brauchte, abschneiden und behielt noch 11 Ellen übrig. Frage, wie viel Ellen das Stück gehalten?

1 Stück $10\frac{1}{2}$ Elle — 12 Stück?

$\frac{9}{4}$ Ellen — 126 Ellen — $13\frac{\frac{1}{2}}{4}$

63 9 : $\frac{4}{1\frac{1}{2}}$

189 Ellen hat er zu den Tapeten gebrauchr.

11 Ellen blieben übrig.

Facit 200 Ellen.

Je schmäler die Leinewand, desto mehr muß er haben;

A. ist B. 24 Wispl. 13 Schfl. 2 Vtl. Rocken schuldig, den Wisp. a 18 Rthl. B. will aber Gerste den Wispl. a 12 Rthl. dafür nehmen, Frage, wie viel A. Gerste zu liefern habe?

12 Rthl. — 24 Wispl 18 Schfl 2 Vtl — 18 Rthl.?

2 74 7 2 × 3 3

Facit 37 Wispl 3 Schfl 3 Vtl

Je wohlfeiler, desto mehr.

Es wollte Jemand 2 Flächen Acker kaufen von gleichem Werth und gleicher Größe; nun hält No. 1. unten $11\frac{1}{2}$ Ruthe und oben $18\frac{1}{4}$ Ruthe in der Breite und $26\frac{1}{4}$ Ruthe in der Länge; wie lang muß nun No. 2. seyn, welches sowohl oben als unten $7\frac{1}{2}$ Ruthe breit ist?

No. 2.

No. 2. $7\frac{1}{2}$ Ruthe oben
$7\frac{1}{2}$: unten
15 Ruthen $26\frac{1}{4}$ Ruthen lang, $29\frac{3}{4}$ Ruthen?
1 . 4 — $773\frac{1}{2}$ × 26
$7\frac{7}{16}$
$780\frac{15}{16}$
Facit $52\frac{1}{16}$ Ruthe.

No. 2. $18\frac{1}{4}$ Rthl. oben
$11\frac{1}{2}$: unten

Je schmäler, desto länger.

Es kaufte Jemand 2 Schock junge Bäume a 4 gr. das Stück; weil ihm aber den Winter über verschiedene abgestanden waren, so kostet ihm das Stück $5\frac{1}{3}$ gr.; es wird daher gefragt, wie viel sind ausgegangen?

$5\frac{1}{3}$ gr. — 120 Stück — 4 gr.?
16 — 360 — 12 :
4 Facit 90 Stück blieben 3 :
30 Stück gingen aus.

Ein Schäfer kaufte 300 Stück Schaafe a $1\frac{1}{6}$ Rthl.; weil ihm aber den Winter über viele starben, so kostet ihm das Stück $1\frac{1}{3}$ Rthl.; es fragt sich also, wie viel Schaafe sind gestorben?

$1\frac{2}{3}$ Rthl. — 300 Stück — $1\frac{1}{6}$ Rthl.?
5 — 900 — $3\frac{1}{3}$
150
1050
210 Stück blieben leben
90 Stück sind gestorben.
300 Stück.

Ohngeachtet auch solche Aufgaben durch die verkehrte Regel de Tri aufgelöset werden müssen, wo sich die Größe des Brods nach dem Preise des Getraides richten muß und also

das umgekehrte Verhältnis eintritt: Je mehr das Korn kostet, desto weniger kann das Brod im Gewicht haben, so ist hier doch keine Ausrechnung deshalb aufgestellt, weil aus der Natur der Sache hervorgehet, daß der Bäcker sein Backgeld, welches sich nach dem Preise des Holzes, der übrigen Bedürfniße und den Grundsäzen der Polizei richtet, nicht mit den Preisen des Korns kann steigen und fallen lassen, und die auf das Kornmehl besetzte Accise und Abgaben auf ihre Zeiten unveränderlich sind, folglich eine wirkliche geometrische Proportion so lange wegfällt, als diese Erforderniſſe nicht in Anschlag gebracht sind.

Man muß sich wundern, daß große Männer in der Arithmetick so grob haben irren und ohne Rücksicht auf die angeführte Umstände Aufgaben dieser Art anführen und berechnen können.

Von der Regel Quinque.

Dieser Rechnung-Abtheilung sind mehrere Namen beigelegt, als Regula Quinque, Regula duplex, Regula composita, Regula multiplex. Unter der ersten Bezeichnung ist sie am bekanntesten, welche wahrscheinlich der Erfinder ihr deshalb gegeben hat, weil durch ihre Berechnung von 5 geometrischen in Verbindung stehenden Verhältnissen die 6te unbekannte Proportional Zahl gesucht und gefunden wird; indessen gehören auch Aufgaben hieher wo von 7. 9. 11. und mehreren gegebenen auseinander fliessenden Verhältnissen die 8te, 10te und 12te Proportional Zahl verlangt wird und dann ist die Benennung Regula multiplex wohl die schicklichste. Nur da man unter diesen Namen die Berechnung der Ketten-Regel verstehet; so wird im zweeten Theil dieses Rechenbuchs die Abhandlung davon den Anfang machen.

Durch

Durch die Regel de Tri können freilich alle Aufgaben, die in dieser Regel vorkommen, aufgelöset und beantwortet werden, aber mit mehreren Schwierigkeiten.

Z. B. Wenn 100 Rthl. in einem Jahre 5 Rthl. Zinsen tragen, wie viel Zinsen kann man von 300 Rthl. in 7 Monaten erheben?

Hier sind 5 angegebene Größen, die mit einander in geometrischer Proportion stehen und einen doppelten Satz in der Regel de Tri formiren. Als:

1, 100 Rthl. Capital

2, 1 Jahr oder 12 Monathe

3, 5 Rthl. Zinsen

4, 300 Rthl. Capital

5, 7 Monath.

Die fehlende Proportional-Zahl soll also die Anzahl der Zinsen bestimmen.

Wird nun diese Aufgabe nach der Regel de Tri berechnet; so muß man das erste Verhältniß suchen, und da würde es heissen müssen.

1ØØ Rthl. Cap. — 5 Rthl. Zinsen — 3ØØ Rthl. Cap?

×3

Facit 15 Rthl.

12 Monath — 15 Rthl. Zinsen — 7 Monath?

×7

12: 105 Rthl.

Facit 8 Rthl. 18 gr.

oder

12 Monath — 5 Rthl. Zinsen — 7 Monath?

12: 35 Rthl. ×7

Facit 2 Rthl. 22 gr. Zinsen

1~~00~~ Rthl. Cap. — 2 Rthl. 22 gr. Zinsen — 3~~00~~ Rthl. Cap.?
Facit 8 Rthl. 18 gr. × 3

Man siehet hieraus, daß die Aufgaben, worauf die Frage sich gründet, 300 Rthl. Capital und 7 Monathe sind, folglich beide in C stehen, ferner, das was mit dieser Frage Zahlen von einerlei Gattung ist, und zugleich die erste Proportion, wie sich verhalten, ausmacht, als 100 Rthl. in 12 Monathen, in A gesetzt worden und endlich die übrige Größe als der in der Aufgabe bestimmte Zins-Satz, mit dem die Proportional Zahl von gleicher Gattung seyn soll, in B seinen Platz erhielt.

Dieser weitläuftigen Auflösung bedarf es aber nicht, wenn die Sätze folgender maaßen geordnet werden.

Capital Rthl. 1~~00~~) 5 Rthl. Zinsen (3~~00~~ Rthl. Cap.
Monathe ~~12~~) (7 Monathe
4. . . . 35 × 5
8 Rthl. 18 gr. —

Die Ordnung dieser Sätze ist, wie bereits bemerkt und aus der zergliederten Berechnung der Regel de Tri hervorgehet, ins Werk gesetzt, und wird hoffentlich jedem, der sich mit den Regeln der Proportion und der Regel de Tri auf der 69ten und 73ten Seite gehörig bekannt gemacht hat, von der Ordnung der Sätze einen vollständigen Begriff verschaffen können.

Auch die General-Regel, daß B und C mit einander multiplicirt und durch A dividirt werden müssen, findet hier statt, so wie die Regeln der Verkleinerung (wenn es der Vortheil heischt) von A gegen B und C nie unterlassen werden müssen.

Kommen in diesen Aufgaben unreine Brüche vor; so werden sie gewöhnlich eingerichtet, es sey denn, daß ein Special-Vortheil dieser Einrichtung widerspräche.

Alle

Alle diese Regeln haben auch da ihre unabänderliche Anwendung, wenn die Aufgabe aus 7. 9 oder mehreren Sätzen besteht.

Exempel zur Uebung.

Wenn 100 Rthl. in 1 Jahre 5 Proc. Zinsen geben, was geben 650 Rthl. in 8 Jahren?

100 Rthl.) 5 Proc. (650 Rthl.
2 1 Jahre) (48 Jahren

Facit 260 Rthl.

Ein Brandweinbrenner verdingt für $33\frac{1}{3}$ Rthl. 20 Kl. Holz 4 Meilen weit zu fahren. Hierauf läßt er unter den nemlichen Bedingungen noch 100 Kl. $2\frac{1}{2}$ Meile weit holen; es fragt sich demnach, wie viel er dafür bezahlen muß?

20 Kl.) $33\frac{1}{3}$ Rthl. — (100 Kl.
4 Meilen) ($2\frac{1}{2}$ Meile?

8 . . $833\frac{1}{3}$ × 25

Facit 104 Rthl. 4 Gr.

Wenn man auf 1 Person täglich 4 Gr. zum Unterhalt rechnet, was werden 12 Personen in einem Jahre zu erhalten kosten?

1 Person) 4 Gr. (12 Personen
1 Tag) (365 Tagen

4. 6 4380

Facit 730 Rthl.

Wenn 125 Mann Soldaten jährlich 16500 Rthl. zu unterhalten kosten; wie viel werden 2150 Mann in 30 Monaten kosten?

25 125 Mann) 16500 Rthl. (2150 Mann
2 12 Monathe) 660 (630 Monathe
330 2150
30 64500
11 Facit 709500 Rthl.

Wenn 200 Wispl. Rocken für 1000 Mann zur Consumtion auf 6 Monathe hinreichend sind; wie viel werden für 1200 Mann auf 7 Monathe gebraucht,

1000 Mann) 200 Wispl (2 1200 Mann
6 Monathe) (7 Monathe.
Facit 280 Wispl 14

Ein Fleischer verdingt 25 Stück Rindvieh 8 Wochen lang in die Weide, und bezahlt dafür 15 Rthl. Was muß er für 96 Stück, die 15 Wochen lang weiden sollen, bezahlen?

525 Stück) 3 15 Rthl. (12.96 Stück
8 Wochen) (3 15 Wochen
36
Facit 108 Rthl.

Für 8 Pferde werden 6½ Schfl. Hafer in einer Woche zu Futter gebraucht, wie viel wird man für 900 Pferde in 9 Wochen haben müßen?

8 Pferde) 6½ Schfl (900 Pferde
1 Woche) (9 Wochen
8 8100
48600 × 6½
4050
52650
Facit 6581¼

Es

Es kaufte jemand 2 Stück Acker, das erste war $21\frac{3}{4}$ Ruthe lang und $4\frac{1}{2}$ Ruthe breit, für $65\frac{1}{4}$ Rthl: was wird nun das 2te Stück kosten, welches 25 Ruthen lang, 5 Ruthen breit und mit jenem von gleicher Güte und Abgaben ist?

$21\frac{3}{4}$ Ruth. lang) $65\frac{1}{4}$ Rthl (25 R. lang
$4\frac{1}{2}$ R. breit) (5 R. breit

87 . . . . 522 ✕ 125
$10\frac{7}{8}$ . . . . . . 65250 ┼ $83\frac{1}{3}$ Rthl
$97\frac{7}{8}$ 2611
783 26

Es läßt jemand eine Mauer aufführen von 20 Schuh lang, 11 Schuh hoch und $2\frac{1}{2}$ Schuh breit: solche kömmt ihm gerade 400 Rthl zu stehen. Er will hierauf noch eine andre aufführen lassen, die 36 Schuh lang, 15 Schuh hoch und 3 Schuh breit seyn soll; was wird ihm diese kosten?

4 20 Schuh lang } 400 Rthl { 9 36 Schuh lang
11 ; hoch } 160 { 3 15 ; hoch
$2\frac{1}{2}$; breit } { 3 ; breit.

11 . . . . 160 ✕ 81
. 128
. 12960

Facit $1178\frac{2}{11}$ Rthl

A verdingt einige Schachtgräber, einen Canal zu graben, welcher 50 Ruthen lang, 15 Fuß breit und $12\frac{1}{2}$ Fuß tief seyn soll; muß von 6 Fuß lang, 6 Fuß breit, und 6 Fuß tief 9 H bezahlen: Frage, was diese Rechnung beträgt?

26

~~2~~ ~~6~~ Fuß tief		12½ Fuß tief
~~2~~ ~~6~~ Fuß lang	~~39~~ ℋ	1800 Fuß lang
~~2~~ ~~6~~ Fuß breit		5 ~~15~~ Fuß breit
	24 :	6250 ℋ
	Facit	260 Rthl. 10 ℋ

Es will jemand 2 Canäle graben lassen, verdingt den einen, so 360 Fuß lang, 15 Fuß breit, 8 Fuß tief seyn soll, für 666⅔ Rthl.; der zweete soll 500 Fuß lang, 12 Fuß breit und 10½ Fuß tief seyn; was wird, nach dem Accord des ersten, der zweete zu graben kosten?

		10
~~360~~ Fuß lang	~~666~~ $\frac{2}{3}$ Rthl.	~~500~~ Fuß lang
3 ~~15~~ Fuß breit	~~3~~	~~12~~ Fuß breit
8 Fuß tief	83⅓	3½ ~~10~~ ½ Fuß tief.
		~~2~~
3	416⅔	35
	2916⅔	5
	972$\frac{2}{9}$ Rthl.	7

Zu einem gewissen Werke sind 20 Arbeiter auf 15 Wochen, des Tages 6 Stunden zu arbeiten, für 500 Rthl. bedungen; wie viel wird man an 36 Arbeiter auf 4 Wochen, des Tages 8 Stunden zu arbeiten, bezahlen müssen?

		~~6~~
~~20~~ Arbeiter	10	~~36~~ Arbeiter
3 ~~15~~ Wochen	~~500~~ Rthl. —	4 Wochen
~~6~~ Stunden		8 Stunden
	Facit	320 Rthl.

Zu 49½ Ell. lang 1¾ Ell. breitem Zeuge werden 37$\frac{7}{16}$ ℔ Garn gebraucht. Wie viel muß man Garn von gleicher Feine haben, wenn man 86⅝ Ell. von 2¾ Ell. breitem Zeuge haben will?

$$4\tfrac{1}{8}\ 12\ \tfrac{3}{8}$$

3 99 49 $\frac{1}{2}$ Ellen lang) 37 $\frac{7}{16}$ ℔ (86 $\frac{5}{8}$ Ellen lang

7 1 $\frac{3}{4}$ Ellen breit) 74 $\frac{7}{8}$ (112 $\frac{3}{4}$ Ellen breit

3 | 299$\frac{1}{2}$ | 4$\frac{1}{8}$

9$\frac{23}{64}$

308$\frac{55}{64}$

Facit 102 ℔ 30$\frac{1}{2}$ Lo.

Es ließ jemand einen Graben machen, so 100 Ruthen lang, 9 Ell. breit und 7$\frac{1}{2}$ Fuß tief war, bezahlte dafür 843$\frac{3}{4}$ Rthl. Wie theuer ist ihm die Cubische Elle zu stehen gekommen?

1 Ruthe hält 8 Ell. und 1 cubische Elle, ist 1 Elle lang 1 Elle breit, 1 Elle tief.

32 800 Ell. lang) 843 $\frac{3}{4}$ (1 Ell. lang

9 Ellen breit) (1 Ell. breit

15 3$\frac{3}{4}$ Ell. tief) 3375 (1 Ell. tief

225

25

Facit $\frac{1}{32}$ Rthl.

A. leihet B. 5680 Rthl. a 5 Proc. Zinsen p. Ao. auf 8 Monathe, am Verfalltage aber zahlt B nur 1420 Rthl. und behält den Rest noch 10 Monathe; da er aber auch diesen Termin nicht halten konnte, sondern von A. noch 2520 Rthl. auf 7 Monathe dazu borgte, so wird gefragt, wie viel B. am Verfalltage von sämtlichen Capitalien an Zinsen zu bezahlen schuldig ist?

2 100 Rthl.) 5 prC. (5680 Rthl.

3 12 Monathe) (2 8 Monathe

3 | 568

189 Rthl. 8 gr.

von

von 5680 Rthl. die
bezahlten 1420 : abgezogen
bleibt 4260 Rthl.

71
~~100~~ Rthl.) (42~~60~~ Rthl.
2 ~~12~~ Monathe) 5 Proc. (~~10~~ Monathe
355
177 Rthl. 12 gr.

Zu 4260 Rthl. nimmt er
noch 2520 :
6780 Rthl.

2 ~~100~~ Rthl.) (6~~780~~ Rthl. 113
2 ~~12~~ Monathe) ~~5~~ Procent (7 Monathe
4 791
197 Rthl. 18 gr.

189 Rthl. : 8 gr.
177 : : 12 :
197 : : 18 :
564 Rthl. 14 gr. Interesse hat er bezahlen müssen.

Eine Mauer, so 25 Ellen lang $1\frac{1}{2}$ Ellen, dick, 6 Ellen hoch ist, kann in 7 Tagen fertig werden; wie bald kann eine andere fertig werden, welche 45 Ellen lang, $3\frac{3}{4}$ Ellen dick, und 9 Ellen hoch ist?

~~5~~ ~~25~~ Ell. lang | 7 Tage, | 9 ~~45~~ Ell. lang
2 ~~6~~ ~~1~~ ~~1/2~~ Ell. dick | | ~~15~~ ~~3~~ ~~3/4~~ Ell. dick
2 ~~6~~ Ell. hoch | | 3 3 ~~9~~ Ell. hoch
4 | | 27
| | 189

Facit $47\frac{1}{4}$ Tag.

Regel

Ein Kaufmann in Hannover sandte nach Nürnberg, welches 60 Meilen davon entfernt ist, 24 Ctr. Güther, bedingt $8\frac{1}{2}$ Rthl. Fracht für 4 Ctr. Als der Fuhrmann 15 Meilen weit gefahren war, muß er wegen böses Weges 4 Ctr. abladen; da er nun mit den übrigen 20 Ctr. noch 8 Meilen zurücke gelegt hatte, wurde der Weg besser, so, daß er wieder 5 Ctr. aufladet, womit er nach dem bestimmten Ort fährt. Es frägt sich nun, wie viel der Fuhrmann an Fracht haben muß.

```
                                      2
    2 4 Ctr.   )    8½ Rthl.     (24 Ctr.
  5 60 Meilen)                   (15 Meilen
  ------------     ---------     ---------
                     25½           3
                   -------
                   12¾ Rthl.
```

4 Ctr. hat er abladen müssen, und ist mit 20 Ctr. wieder 8 Meilen gefahren.

```
     4 Ctr.     )   8½ Rthl.    (20 Ctr.
  3 60 Meilen  )                (2 8 Meilen
  -------------    ---------    -----------
      3               17            2
                   -------
                    5⅔ Rthl.
```

Nun hatte der Fuhrmann noch 37 Meilen zu fahren, da ladet er 5 Ctr. wieder auf.

```
                                    5
      4 Ctr.     )               (25 Ctr.
  12 60 Meilen)     8½ Rthl.     (37 Meilen
  -------------                  ----------
      48                           185
                                 ----------
                                 1480
                                   92 : 12 :
                                 ----------
                                 1572 : 12 :
                          6:     ----------
                                  262 : 2 :
                          8:     ----------
                                 32 Rthl. 18 3 Pf.
```

	12	Rthl.	18	gr.		
	5	:	16	:		
	32	:	18	:	3	
Summa	51	Rthl.	4	gr.	3	pf.

Regel Quinque inversa.

Die Regel Quinque inversa bestehet ebenfalls, gleich der Regel Quinque directa, in 5. 7 oder mehr bekannten Proportionen, wozu die 6ste 8te oder 10te unbekannte Proportional-Zahl gesucht werden soll.

Der Aufsatz und Ordnung aller solcher Aufgaben beruhet auf den Grundsätzen, welche bei der Regel Quinque Seite 285 angegeben sind und hängt, sobald der Satz gebildet ist, es davon ab, welche von denen Sätzen ein umgekehrtes Verhältniß haben.

In einer Aufgabe können mehrere Verhältnisse eine richtige und nur ein Verhältniß eine verkehrte Proportion haben und so umgekehrt.

So wie nun alle in der Regel Quinque directa vorkommende Aufgaben durch eine mehrmalige Anwendung der gewöhnlichen Regel de Tri aufgelöset werden können; so ist der Fall bei der Regel Quinque inversa, daß alle Aufgaben entweder durch die verkehrte Regel de Tri, oder durch die gewöhnliche und verkehrte Regel de Tri zugleich berechnet werden können.

Es ist vielleicht keine Rechnungabtheilung, wo ein Anfänger leichter irren kann, als diese und ist daher jedem Lehrer zu empfehlen, seine Schüler nach vollständiger Anweisung selbst prüfen zu lassen,

ob alle Verhältnisse eine richtige oder verkehrte,
oder welche davon eine richtige oder verkehrte

Proportion haben.

Nach-

Nachdem man den Satz nach der gewöhnlichen Regel Quinque gebildet hat, untersuche man, ob und wo eine verkehrte Proportion herrsche, und verwechsele die Sätze A gegen C und C gegen A. Uebrigens bleibt die Verfahrungart wie sie bei der gewöhnlichen Regel Quinque gelehrt ist, daß die Sätze in A mit einander und die Sätze in B und C auch mit einander vermehrt, das aus B und C entstandene Produkt aber durch das Produkt aus A getheilt wird.

Z. B.

Wenn 100 Rthlr. Capital in 1 Jahr 6 Rthlr. Zinsen tragen, wie lange müssen 650 Rthlr. ausstehen, um 310 Rthlr. Zinsen davon zu gewinnen.

Dieser Aufsatz bildet sich nach der gewöhnlichen Regel Quinque.

Capital 100 Rthlr.)	auf 1 Jahr	(650 Rthlr. Capital?
geben Jntr. 6 Rthlr.)		(312 Rthlr. Jntr.

Hier sind zwei Verhältnisse, ein verkehrtes und ein richtiges.

Das erste Verhältniß.

Je größer ein Kapital ist, desto weniger Zeit gehört dazu, um die verlangte Zinsen erhalten zu können und hier ist die Proportion verkehrt.

Das zweite Verhältniß:

Je mehr Zinsen genommen werden sollen, desto längere Zeit muß das Kapital stehen, und diese Proportion ist richtig.

Es muß also diese Aufgabe so angelegt werden, daß die Größen des verkehrten Verhältnißes mit einander verwechselt und also die 650 Rthlr. aus C in A und die 100 Rthlr. aus A in C gesetzt werden.

650 Capital 100 Rthl.) 1 Jahr (650 Rthl. 100
13 Zinsen 6 Rthl.) (312 Rthl. Inter.
78 . . × 6 . . . . 624 † 8 Jahr Facit

Wer mit Aufmerksamkeit die Bildung der Sätze aus der gewöhnlichen Regel Quinque studirt hat, dem wird bekannt seyn, daß die Zahl, die mit dem gesuchten Facit von einerlei Gattung ist und in B stehen muß, hier die Zeit war, indem wie lange oder wie viel Zeit die Frage der Aufgabe war. Dieses Exempel wäre durch die Regel de Tri folgendermassen berechnet.

650 Rthl. Cap. — 1 Jahr — 100 Rthl. — verkehrt gesetzt
65 oder $\frac{2}{13}$ Jahr.

6 Rthl. Intr. — $\frac{2}{13}$ Jahr — 312 Rthl. Inter.
52 × 2
3 : 104 † 8 Jahr

Welch eine unnatürliche Antwort würde erfolgt seyn, wenn diese Aufgabe nach der gewöhnlichen Regel Quinque berechnet wäre. Als:

Cap. 100 Rthl.) 1 Jahr (650 Rthl. Cap. 13
Intr. 2 6 Rthl.) (312 Rthl. Intr.
12 . . . 26 × 13
Facit 338 Jahr

Exempel zur Uebung.

Wenn 1 Arbeiter täglich 4 Gr. Lohn bekömmt, wie viel Arbeiter können für 48 Rthl. in 36 Tagen erhalten werden?

3 36 Tage) 1 Arbeiter (1 Tag
$\frac{1}{6}$ Rthl. 4 Gr.) (4 48 Rthl.
$\frac{1}{2}$ Facit 8 Arbeiter

Je

Je mehr Tage desto weniger Arbeiter.

Je mehr Geld desto mehr Arbeiter.

Wenn 1 Arbeiter täglich $5\frac{1}{2}$ xr bekommt, wie lange müssen 1000 Arbreiter für 68750 Rthl. arbeiten?

```
   100ø Arbeiter)          ( 1 Arbeiter
                     1 Tag
11 ø 1/ø xr    )          (6875ø Rthl.
       ø
―――――――――――――             ―――――――――――
   11øø                    1650øø       × 24 zu xr
                          ―――――――――――
                           3300    × 2
                          ―――――――――――
        Facit 11:          300 Tagen.
```

Je mehr Arbeiter desto, weniger Zeit.

Je mehr Geld, desto längere Zeit.

Es hatte jemand ein Capital ausgeliehen, dieses trug nach 1 Jahr und 10 Monath $70\frac{1}{8}$ Rthl. Zinsen, wenn nun von 100 Rthl. jährlich 5 p. C. gerechnet werden, so wird gefragt, wie groß das Capital gewesen?

```
11 øø Monath  )           (12 Monath
   ø prC. Intr.)  1øø Rthl.
                          (70 1/8 Rthl.
                   2ø
――――――――――――               ―――――――――――
   11              10        841 1/2
                          ―――――――――――
                             8415
                          ―――――――――――
              Facit          765 Rthl.
```

Je mehr Monathe, desto kleiner das Capital.

Je mehr Zinsen, desto größer das Capital.

Ein Fuhrmann bekommt für 26 Ctr. Guth 30 Meilen zu fahren 75 Rthl., wie weit kann er 8 Ctr. für 10 Rthl. fahren?

2 4 8 ℔) 30 Meilen (26 13 ℔
3 15 75 Rthl.) 2 6 (210 Rthl.

13 Meilen

Je weniger ℔, desto weiter muß er fahren.

Je weniger Geld, desto weniger Meilen.

Wenn man für 100 Rthl. jährlich 3 p. C. Zinsen bekommt, und jemand wollte ein Kapital ausleihen, um alle Monath 32 Rthl. Zinsen zu heben, wie groß muß das Capital seyn?

3 Rthl. Zins) 100 Rthl. (31 Rthl.
1 Monath) (4 12 Monath

Facit 12800 Rthl.

Je mehr Zins, desto größer das Capital.

Je länger Zeit, desto kleiner das Capital.

Wenn 4 Soldaten alle Monath 14 Rthl. Tractament erhalten, und 8 Regimenter jährlich 336000 Rthl. kosten, wie stark ist ein Regiment?

3 12 Monath) 4 Soldaten (1 Monath
14 Rthl.) (33600 Rthl.

3: 112000
14: 8000 Mann
8: Facit 1000 Mann.

Je länger die Zeit, desto weniger Mann

Je mehr Löhnung, desto mehr Mann.

Mit 200 Wispl. Rocken können 100 Mann auf 6 Monath unterhalten werden, wie lange können 1200 Mann mit 280 Wispl. unterhalten werden?

Je

2 1200 Mann) 6 Monath 1000 Mann
200 Wispl.) 280 Wispl
4 Facit 7 Monath

Je mehr Mann, desto weniger Zeit.

Je mehr Wisp. desto längere Zeit.

Wenn 125 Soldaten mit 8250 Rℓ 12 Monath unterhalten werden könnnn, wie lange kann man 2150 Mann mt 354750 Rℓ erhalten?

43 2150 Mann) 12 Monath (5 125 Mann
8250 Rℓ) 2 (354750 Rℓ
11 66 330) (7095
473 . . . . 14190 ÷ 30 Monath

Je mehr Soldaten, desto weniger Zeit.

Je mehr Geld, desto längere Zeit.

Wenn 20 Arbeiter, auf 15 Wochen des Tages 6 Stunden zu arbeiten, für 500 Rℓ bedungen werden; wie viel Wochen müssen 36 Arbeiter, des Tages 8 Stunden, für 320 Rℓ arbeiten?

3 9 36 Arbeiter) 20 Arbeiter
8 Stunden) 3 15 Wochen 2 6 Stunden
500 Rℓ) 4 320 Rℓ
Facit 4 Wochen

Je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit.

Je mehr Stunden, desto weniger Zeit.

Je weniger Geld, desto weniger Zeit.

Ein Kaufmann verdingt einigen Fuhrleuten 100 Stk. Guth 11 Meilen weit für 350 Rℓ zu fahren; da sie aber 8 Meilen gefahren sind, werden sie genöthigt, wegen schlimmen

men Weges noch einige Fuhrleute mitzunehmen und ihnen für eben diese Fracht einige Stb aufzuladen, wofur sie 21 Rthl. bezahlen müssen, es fragt sich also, wie viel sie den Fuhrleuten abgegeben?

3 Meilen)	100 Stb		11 Meilen
350 Rthl.)	2 ·	7	21 Rthl.
	Facit		22 Stb.

Je weniger Meilen, desto mehr Stb.

Je weniger Fracht, desto weniger Stb.

Wenn 35 Arbeiter einen Graben, welcher 250 Fuß lang, 12 Fuß breit und 8 Fuß tief ist, in 5 Tagen machen können; in wie viel Tagen können 25 Arbeiter einen andern Graben machen, der 150 Fuß lang, 16 Fuß breit und 5 Fuß tief ist?

5 25 Arbeiter)		(7 35 Arbeiter	
5 250 Fuß lang)	5 Tage	(3 150 Fuß lang	
2 4 12 Fuß breit)		(2 16 Fuß breit	
8 Fuß tief)		(5 Fuß tief	
2		7	
	Facit	$3\frac{1}{2}$ Tag	

Je weniger Arbeiter, desto mehr Zeit.

Je kürzer der Graben, desto weniger Zeit.

Je breiter der Graben, desto mehr Zeit.

Je weniger tief, desto weniger Zeit.

Für 2 Stück Rindvieh werden in 8 Wochen $4\frac{1}{3}$ Rthl. Futtergeld bezahlt, wie viel Stück können für 260 Rthl. 20 Wochen lang erhalten werden?

20 Wochen) (8 Wochen
15 4 1/3 Rthl.) 2 Stück Vieh (260 Rthl.
) (3 13
24
48 Stück Vieh.

Je mehr Wochen, desto weniger Vieh.

Je mehr Geld, desto mehr Vieh.

Ein Fleischer muß für 24 Schweine zu mästen in 5 Wochen 20½ Rthl. bezahlen; nun hat er noch 100 Stück in der Mast und muß dafür 205 Rthl. bezahlen; es fragt sich daher, wie lange die letztern in die Mast gegangen?

4 20 100 Schweine) 5 Wochen (48 24 Schweine
41 20 1/2 Rthl.) (41 205 Rthl.
4 48

Facit 12 Wochen.

Je mehr Vieh, desto kürzere Zeit kann es zehren.

Je mehr Geld, desto längere Zeit.

Es hat jemand 2 Capitale ausgeliehen, das eine von 650 Rthl. a 6 pr. Ct. und das andere 1200 Rthl. a 5 pr. Ct. pr. A^o. Frage, wie lange das letzte Capital ausstehen muß, damit es eben so viel Zinsen trägt, als das erste in 8 Jahren?

5 20 1200 Rthl.) 2 8 Jahren (13 650 Rthl.
5 prC.) (6 prC.
26
5 1/5 Jahr.

Je mehr Capital, desto weniger Zeit.

Je weniger Zins, desto mehr Zeit.

Wenn aus 36 ℔ Garn 144 Ell. $\frac{6}{4}$ breite Leinewand gemacht werden, wie viel Ell. $\frac{8}{4}$ breite Leinewand können aus 59 ℔ Garn gemacht werden?

$\frac{8}{4}$ breit) 144 Ellen ($\frac{6}{4}$ breit
3 18
6 36 ℔) (50 ℔

150 Ellen.

Je breiter, desto kürzer.

Je mehr Garn, desto mehr Leinwand.

4 Arbeiter mähen in 4 Tagen 1 Acker Gerste ab, welcher 840 Ruthen lang, unten 25 Ruthen nnd oben 20 Ruthen breit war; wie lang ist nun ein andrer Acker, welcher unten 38 Ruthen und oben 32 Ruthen breit und in 7 Tagen abgemähet ist?

unten 38 R. — unten 25 R.
oben 32 R. — oben 20 R.

10 70 Ruthen breit) 840 Ruthen lang (45 R. breit
4 Tage) 21 (7 Tage

Facit 945 Ruthen

Je breiter, desto kürzer.

Je mehr Tage, desto länger muß der Acker seyn.

Wenn 4 Mann in 4 Tagen, 1 Acker Hafer welcher 840 Ruthen lang und 24 Ruthen breit ist, abmähen können; wie lange werden 7 Arbeiter an einem andern Acker zubringen, der 945 Ruthen lang und 35 Ruthen breit ist?

7 Mann) (4 Mann
168 840 R. lang) 4 Tage (945 R. lang
42.624 R. breit) (5 35 R. breit

252 252: 945 † $3\frac{3}{4}$ Tag.
189

Je

Je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit.

Je breiter und länger, desto mehr Zeit.

Zu einer Mauer, die 8 Fuß tief unter der Erde, 15 Ell. hoch über der Erde, 40 Fuß lang, und 2 Fuß dick war, sind 10000 Stück Steine verbraucht; wie lang wird nun eine andere werden, zu der 45000 Stück Steine bestimmt sind, und 5 Ell. tief in der Erde, 40 Fuß hoch über der Erde nnd $1\frac{1}{2}$ Fuß dick werden soll?

2 10 Fuß tief 40 Fuß hoch 3 $1\frac{1}{2}$ Fuß dick 10000 Steine	40 Fuß lang	8 Fuß tief 30 Fuß hoch 242 Fuß dick 735000 Stck St.
		112 Fuß

Je tiefer in der Erde, desto kürzer.

Je höher, desto kürzer.

Je breiter, desto kürzer.

Je mehr Steine, desto länger.

Von den Proben der Regel Quinque.

Wer sich von dem Ordnen der Sätze in der Regel Quinque directa oder indirecta einen deutlichen Begriff gemacht hat, dem wird es leicht fallen die Probe darauf zu finden.

Weil ein Exempel in diesen beiden Rechnungabschnitten so vielfache Proben leidet, als angegebene Sätze sind; so kann man einen davon zur Proportionalzahl wählen, und denn verstehet es sich von selbst, daß das, was mit dieser Proportionalzal gleich benennet wird, in B. gesetzt werden muß.

In:

Indessen können Fälle eintreten, wo bey diesen Grundsätzen, die Probe aus der Regel Quinque directa durch die Regel Quinque inversa gefunden werden muß und da läuft ein ungeübter Rechner leicht Gefahr, wenn er auf die verkehrte Proportion nicht Acht hat, nie die Probe stimmend zu finden.

Folgendes Beispiel wird dieses bestätigen. Das zweite Exempel auf der 267sten Seite gab 104 Rthl. 4 Gr. Fuhrlohn zum Facit. Sollten nun die Anzahl der Meilen, wofür 100 Klafter für 104 $\frac{1}{6}$ Rthl. gefahren werden, zum Facit, oder welches einerlei ist, zur Proportionalzahl kommen; so muß die Zahl 4, welche die Anzahl der Meilen angibt, wo für 20 Klafter das Fuhrlohn 33 $\frac{1}{3}$ Rthl. ist in B. gesetzt werden. Die Ordnung der Sätze aber war folgende:

33 $\frac{1}{3}$ Rthl.) 4 Meilen (104 $\frac{1}{6}$ Rthl.
20 Kl.) (100 Klafter.

Es ist aber die Proportion in den Klaftern verkehrt; denn je mehr Klafter, desto weniger Meilen kann man für das Fuhrlohn verlangen und deshalb muß die Probe folgendermaaßen aufgesetzt werden:

100 33 $\frac{1}{3}$ Rthl.) 4 Meilen (104 $\frac{1}{6}$ Rthl. 625
4 100 Klaft. (20 Klaft.
2 6 0

10 25

Facit 2 $\frac{1}{2}$ Meile

Will also Jemand gern eine Probe auf sein Exempel machen; so nehme er die gefundene Probezahl zum Mittelsatz, die Sätze, so vorher in A und C gestanden haben, werden verwechselt und die Probe-Proportionalzahl muß allemal mit der gleich seyn, die in der Aufgabe in B gestanden hat. Z. B.

das

das ebenangeführte Exempel würde darnach zur Probe anzulegen seyn:

5 1ØØ Klafter) 104$\frac{1}{6}$ Rℓ. (2Ø Klafter
5 2$\frac{1}{2}$ Meil.) (4 Meilen
2
5|: 20$\frac{5}{6}$
5: 4$\frac{1}{6}$ × 8
Facit 33$\frac{1}{3}$ Meile.

Etwas von der Interesse-Rechnung.

Da die Interesse-Rechnung von zu großem Umfange ist, als daß man sie in dem ersten Theil dieses Buchs aufnehmen könnte, so ist sie zum zweeten Theil aufgespart.

Ihre Behandlung fließt jedoch aus den Grundsätzen beider Regeln de Tri und beider Regeln Quinque. Wird die Interesse nach Tagen gerechnet; so nimmt man den Monath durchgehends zu 30 Tage, folglich das Jahr zu 360 Tagen an.

Wochen können daher in der Interesse-Rechnung nicht gut in Anschlag kommen, und ist die Berechnung nach Monathen und Tagen, die man zu einem Bruch der Monathe reduciren kann, weit mehr zu empfehlen; denn der Austrag der Zinsen ist bequemer und richtiger, als durch Berechnung nach Wochen zu bestimmen. Diese angeführte Methode haben auch die Königlichen Banco-Comtoirs in Preuß. Landen zur Richtschnur angenommen, und im kaufmännischen Verkehr ist diese Methode seit langer Zeit eingeführt.

Z. B.

Wenn 100 Rthl. Capital in einem Jahre 4 Rthl. Zinsen geben; wie viel tragen 750 Rthl. Capital in 7 Monathen 13 Tage.

Die Frage dieser Aufgabe ist: Wie viel Zinsen tragen 750 Rthl. Capital in 7 Monathen und 13 Tagen, oder in $7\frac{13}{30}$ Monath, wenn 100 Rthl. in 12 Monathen, 4 Rthl. tragen.

Die 4 Rthl. welche mit der Proportional am Namen gleich ist, macht den Mittelsatz aus.

Die 750 Rthl. und $7\frac{13}{30}$ Monath den dritten Satz, weil darauf die Frage sich gründet und
die 100 Rthl. und 12 Monathe den Vordersatz, indem sie mit dem 3ten Satz gleichnamig sind.

```
    100)      (750   25
4    12)   4  ( 7 13/30 | 223
   3r.          12:     ----------
                         18 Rthl. 14 gr.
```

So wie mit dieser Aufgabe verfahren ist, behandelt man alle ähnliche und untersucht, ob darinn eine gewöhnliche oder verkehrte Proportion herrsche. Im letzten Fall richtet man sich nach den von den verkehrten Verhältnissen gegebenen Regeln.

Druckfehler.

Seite 43	Zeile 1	im Text statt $33\frac{1}{2}$ lies $33\frac{1}{3}$
— 46	— 2	des letzten Exempels statt 25009fache lies 25000fache
— 46	— 3	desselben st. 809fache lies 800fache
— 88	— 1	vor dem 3ten Exempel, st. Uneerschied lies Unterschied
— 185	— 5	nach dem ersten Exempeln, st. wodurch lies worauf
— 195	— 1	nach den ersten 5 Exempel, st. Quotienten lies Quotient
	2	desgleichen st. waren lies war
— 264	— 8	st. besetzte, lies gesetzte
— 292		das letzte Wort, st. Regel lies Ein

Bayer. Staats-
Bibliothek
München

gungen erwarb (*); er vernichtete die Maasregeln der Abgeordneten von Athen und Lazedämon, die die Entthronung des Königs von Persien verlangten; und erhielt für sein Vaterland einen Vertrag, der dasselbe mit diesem Prinzen enge verband.

Das letzte Jahr (**) marschierte er gegen einen Tyrannen von Thessalien, mit Namen Alexander, und kam in dem Treffen um, indem er dem Feinde nachsetzte, den er zu einer schändlichen Flucht gebracht hatte (†). Theben und die verbundenen Mächte beweinten seinen Verlust: Theben hat eine seiner Stützen verloren; aber Epaminondas bleibt ihm noch übrig. Er setzt sich vor, Lacedämon die letzten Streiche zu versetzen. Alle Republiken Griechenlands theilen sich, bilden Liguen, machen ungeheure Zurüstungen. Man will behaupten, daß die Athenienser sich mit den Lazedämoniern verbinden, und daß diese Verbindung den Epaminondas in seinem Unternehmen nicht zurückhalten wird. Der Frühling wird über diesen wichtigen Zwist entscheiden. So erzählte Cleomedes.

Nach vielen Tagen einer glücklichen Schiffahrt kamen wir endlich in der Thracischen Meerenge an. Dies ist der Name, den man dem Canal beylegt, von welchem Cleomedes gesprochen hatte. Die Landung in demselben ist gefährlich; widrige Winde werfen oft die Schiffe auf die angrenzenden Küsten, und die Schiffenden finden daselbst entweder den Tod oder die Sklaverey, denn die Einwohner dieser Gegenden sind wahre Barbaren (*).

(*) 36[illegible] (**) 364 vor C. G. (†) Plut. in Pelop[illegible] (a) Reisen des Charidem. über Th[illegible]

Hoff, Christoph Friedrich, 1747-

Christoph Friedrich Hoffs vollständiges Rechenbuch für angehende Kaufleute und Oekonomen

Bd.: 1

Magdeburg (1790)

Math.p. 224-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082027-6
VD18 90246004